# Baccalauréat C Grenoble septembre 1970

**EXERCICE 1**

Relativement à un repère, (x'Ox, y'Oy), orthonormé les coordonnées d'un point mobile $M$ sont définies, en fonction du temps $t$, par

$$\left\{\begin{array}{lcl} x &=& R(t-\sin t),\\ y &=& R(1-\cos t),\end{array}\right.$$

$R$ désignant une longueur donnée.

1. Que peut-on dire des positions des vecteurs vitesse et des vecteurs accélération de $M$ à deux instants $t_1$ et $t_2$, tels que $t_2 - t_1 = 2\pi$ ?
   Quelle simplification peut-on en déduire relativement à l'étude du mouvement de $M$ (étude que l'on ne demande pas d'effectuer), en particulier, pour la construction de la trajectoire de $M$ (construction qui n'est pas demandée) ?
2. $\overrightarrow{V}$ étant le vecteur vitesse de $M$ à l'instant $t$, on considère le point $M'$ défini par $\overrightarrow{\text{O}M'} = \overrightarrow{V}$.
   Quelle est la trajectoire de $M'$ ? Montrer que $M'$ est animé d'un mouvement uniforme.

**EXERCICE 2**

Résoudre dans l'ensemble, $\mathbb{C}$, des nombres complexes l'équation

$$z^2 - (5-\text{i})z + 8 - \text{i} = 0,$$

où $z$ est l'inconnue.

**EXERCICE 3**

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(x'\text{O}x,\ y'\text{O}y)$, on considère la transformation $(\mathcal{T})$ qui à tout point $M$ différent de O associe le point $M'$ construit de la façon suivante :
soit $K$ la projection orthogonale de $M$ sur $x'\text{O}x$ et $T$ le symétrique de $K$ par rapport à O ; $M'$ est la projection orthogonale de O sur la droite $MT$.

**Partie A**

1. Calculer les coordonnées $(x'\ ;\ y')$ de $M'$ en fonction des coordonnées $(x\ ;\ y)$ de $M$.
2. Déterminer la transformée de la droite d'équation $x = 1$ et en donner l'équation.
3. Déterminer tous les points $M$ dont le transformé $M'$ appartient à la droite d'équation $y = x$.
4. Déterminer les points $M$ tels que $(\text{O}x, \text{O}y, \text{O}M, \text{O}M')$ soit un faisceau harmonique.

**Partie B**

1. Soit $(\Pi)$ la parabole d'équation $y^2 = 4x$ ; en déterminer le foyer et la directrice.
2. On suppose désormais que le point $M$ appartient à $(\Pi)$. Montrer que la droite $MM'$ est tangente à $(\Pi)$ en $M$.

**3.** Soit I le point de coordonnées $(-1\ ;\ 0)$, $(\Gamma)$ le cercle de diamètre IO et $(\Delta)$ la perpendiculaire en I à $(x'\text{O}x$ ; la droite O$M'$ recoupe $(\Gamma)$ en $P$ et coupe $(\Delta)$ en $Q$.

Montrer que $\overrightarrow{\text{O}M'} = \overrightarrow{PQ}$ et en déduire une construction par points de la courbe $\left(\Pi'\right)$ transformée de $(\Pi)$ par $(\mathscr{T})$.