

∞ Baccalauréat mathématiques Grenoble juin 1937 ∞

I. - 1^{er} sujet

Distance d'un point à un plan (se servir de la méthode des *changements de plans*).

En plus du cas général, on traitera le cas particulier suivant : distance d'un point à un plan parallèle à la ligne de terre.

I. - 2^e sujet

Angles d'une droite avec les plans de projection.

Angles d'un plan quelconque avec les plans de projection (se servir de la *méthode des rotations*).

I. - 3^e sujet

Distance d'un point à une droite (se servir de la *méthode des rabattements*).

En plus du cas général, traiter le cas particulier suivant : distance d'un point à une droite de profil.

II.

1. Soit $\frac{a}{b}$ une fraction irréductible; montrer que le nombre $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ est toujours supérieur à 2 et que $\frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab}$ est aussi une fraction irréductible.

Comment doivent être choisis les entiers a et b pour que $\frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab}$ soit le carré d'une fraction?

2. Étudier la variation de la fonction $y_1 = x + \frac{1}{x}$, tracer la courbe C_1 représentative.

Symétries de C_1 .

On considère ensuite la fonction $y_2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

Démontrer que l'on a toujours $y_2 \geq y_1$.

Étudier les variations de y_2 et tracer la courbe représentative C_2 (avec les mêmes axes que C_1).

Symétries de C_2 .

3. On pose

$$y_1 = x + \frac{1}{x}, y_2 = x^2 + \frac{1}{x^2}, \dots, y_n = x^n + \frac{1}{x^n} \quad (y_0 = 2)$$

Calculer successivement y_2, y_3, y_4 en fonction de y_1 .

Établir la relation $y_n = y_{n-1} \cdot y_1 - y_{n-2}$.

Montrer que y_n peut être mis sous la forme d'un polynôme en y_1 .

4. Utiliser la transformation $Y = x + \frac{1}{x}$ pour résoudre l'équation

$$x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 12x + 1 = 0.$$

Valeurs approchées des quatre racines à 1/100 près.

N. B. - Questions de cours : 10. Problème : 5, 8, 4, 3.