

∞ **Baccalauréat série mathématiques** ∞
Grenoble juin 1946

I.1^{er} sujet

Résoudre un triangle connaissant deux côtés et l'angle compris.

I. 2^e sujet

Plus grand commun diviseur de deux nombres entiers (une seule méthode est demandée).

I. 3^e sujet

On considère dans un plan deux cercles (O) et (O') de rayons $R = 4\text{cm}$, $R' = 2\text{cm}$. La distance des centres est $OO' = 9\text{cm}$.

Déterminer numériquement les positions des centres des inversions qui transforment (O) en (O') et les puissances de ces inversions.

II.

On donne sur une droite trois points A', F, A dans cet ordre. On posera $A'F = d'$, $FA = d$ ($d' > d$).

En A et A' on élève les perpendiculaires D et D' sur AA' et l'on considère deux droites variables rectangulaires MM' et NN' se coupant en F et coupant respectivement O en M et N et O' en M' et N'.

1. Lieu du point d'intersection I des droites MN' et M'N et du pied H de la perpendiculaire abaissée de F sur MN'.

Montrer que les droites MN' et M'N enveloppent une même ellipse dont on précisera le cercle principal, les foyers et les directrices.

MN' et M'N touchent respectivement leur enveloppe en P et P'. Montrer que PP' est perpendiculaire en F sur FI.

Trouver le lieu des sommets B et B' de l'axe non focal de cette ellipse lorsque, F et A restant fixes, d' croît de d à $+\infty$.

2. On pose $\widehat{AFM} = \alpha$. Calculer en fonction de d, d', α les côtés et les tangentes des angles des triangles FMN' et FNM'.

En déduire la tangente de l'angle NIN', la hauteur IK du triangle NIN' et l'aire S de ce triangle.

Montrer que cette aire est égale à celle du triangle MIM'. Quel est le minimum S_m de cette aire quand α varie, d et d' restant fixes?

3. Posant $d' = x$ et $S_m = y$ étudier les variations de la fonction y lorsque x croît de d à $+\infty$ et tracer la courbe représentative.

On coupe cette courbe par la droite $y = \frac{md^2}{2}$ qui coupe la courbe en R et R' et l'axe Oy en S; construire le lieu (F) du conjugué S' de S par rapport à R et R' lorsque m varie.

N. B. - Les questions 2. et 3. sont indépendantes de la question 1. et peuvent être traitées avant celle-ci.