

~ Baccalauréat Grenoble juin 1949 ~
Série mathématiques

I.- 1^{er} sujet

Résoudre un triangle, connaissant deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux.

Discuter.

Retrouver par une construction graphique les résultats de la discussion.

I.- 2^e sujet

Donner une méthode de résolution de l'équation $a \cos x + b \sin x = c$.

Discuter.

Appliquer cette méthode à la résolution de l'équation

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}.$$

I.- 3^e sujet

Établir les formules donnant $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin(a + b)$, $\sin(a - b)$ en fonction des cosinus et sinus des arcs a et b .

Les appliquer au calcul des fonctions circulaires de l'arc $\frac{5\pi}{12}$.

II.

On donne dans un plan un cercle (O) de centre O et de rayon R et l'on appelle cercle (ω) tout cercle qui coupe le cercle (O) en deux points M et M' diamétralement opposés.

1. Montrer que tout cercle (ω) qui passe par un point P du plan passe également par un second point P'.

Lieu de P' lorsque P décrit une droite ne passant pas par O ou un cercle tangent au cercle (O).

2. On considère maintenant un axe Ox qui coupe (O) en A et un diamètre MM' du cercle (O) défini par

$$\left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM} \right) = \theta \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right).$$

Construire le cercle (ω) qui passe par M et M' et qui est tangent à un cercle (O') de même rayon R que le cercle (O) et tangent à celui-ci au point A.

Montrer que le problème admet en général une solution.

Cas d'exception.

Montrer que lorsque θ varie les cercles (ω) ainsi construits restent tangents à un deuxième cercle fixe (O'') et que le lieu de leurs centres est une conique dont on indiquera les foyers, les sommets, et les directrices.

Si le cercle (ω) touche (O) et (O'') en T et T', quelles sont les enveloppes de TT' et de la médiatrice de TT'?

3. Calculer en fonction de R et de θ les côtés et les angles du triangle $\omega OO'$ ainsi que le rayon ρ du cercle (ω).

Montrer que les résultats sont différents suivant que l'on a

$$0 < \theta < \frac{\pi}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

Étudier les variations de ρ lorsque θ varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$ et tracer la courbe représentative.