

Baccalauréat - Grenoble juin 1951

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Recherche du plus-grand commun diviseur de deux nombres par la méthode des divisions successives.
Application aux nombres 56 107 419 et 1 859 781.

2^e sujet

Définition, détermination et propriétés du plus petit multiple commun de deux nombres.
Application : Trouver le p.p.m.c de 500 479 et 2 690 545.

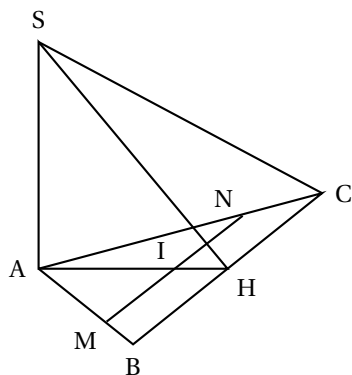
3^e sujet

Racine carrée à une unité près d'un nombre entier : définition et recherche.
Application au nombre 7 176 234.

II

On donne un tétraèdre $SABC$ dont la face ABC est un triangle rectangle isocèle ($\widehat{A} = 90^\circ$).
L'arête SA est perpendiculaire au plan ABC .

Soit H le milieu de BC ; on désigne par a la longueur SA et par α l'angle ASH . Par un point I du segment AH , on mène la parallèle à BC , elle coupe les droites AB et AC en M et N . On désigne par θ l'angle ASI .



1. Calculer en fonction de a , α et θ la somme des aires des triangles SMN , SMB , SNC .

Lorsque I parcourt le segment AH , cette somme est une fonction de θ qu'on désignera par y .

Étudier le sens des variations de y . Deux cas sont possibles suivant la valeur de l'angle α . (On ne demande pas de courbes représentatives, ni même le calcul de y pour les valeurs particulières de θ)

2. On appelle P et Q les pieds des hauteurs du triangle SMN sur les côtés SM et SN .

Montrer que P et Q sont les inverses de M et N dans l'inversion de pôle S et de puissance \overline{SA}^2 .

Prouver que les cercles (Γ) et (Γ') circonscrits aux triangles SPQ et APQ sont orthogonaux.

Trouver, quand I décrit le segment AH , le lieu du point K où la droite PQ coupe le plan SAH .

3. Faire une figure plane représentant le plan SAH ; on dessinera dans ce plan le cercle (C) de diamètre SA et les traces Δ et Δ' des plans de (Γ) et (Γ') .

Montrer que Δ' est la polaire de I par rapport au cercle (C) .

θ et θ' désignant les angles de Δ et Δ' avec la droite SA , prouver que le produit $\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \theta'$ reste constant quand I parcourt le segment AH .

Utiliser la relation ainsi obtenue pour retrouver le lieu du point K défini dans la 2^e partie.

N. B. - Les 2^e et 3^e parties du problème sont indépendantes de la 1^{re}.