

Durée : 4 heures

❧ Baccalauréat Grenoble juin 1965 ❧  
Série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

**EXERCICE 1**

Deux points, A et B, et une longueur  $a$  étant donnés, construire une ellipse admettant A comme sommet du grand axe, B comme sommet du petit axe et  $2a$  comme longueur du grand axe. Discuter.

**EXERCICE 2**

On considère la fonction

$$y = \frac{3}{x} + \frac{3}{4}x.$$

1. Étudier cette fonction : intervalles de définition, variation, valeurs aux bornes des intervalles de définition.

Montrer que la courbe représentative,  $(C)$ , admet un centre de symétrie.

Déterminer les asymptotes de la courbe.

Tracer la courbe  $(C)$  dans un système d'axes orthonormé  $x'Ox, y'Oy$ , de vecteurs unité  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ , l'unité de longueur étant le centimètre.

2. On se propose de déterminer les points de  $(C)$  dont les coordonnées  $x$  et  $y$  sont des entiers relatifs.

Pour cela, écrire  $y$  sous forme d'une fraction.

Démontrer qu'une condition nécessaire pour qu'un point de  $(C)$  ait ses deux coordonnées entières est que  $x$  soit pair.

En déduire tous les points de  $(C)$  dont les deux coordonnées sont des entiers relatifs.

Déterminer l'équation de la tangente en celui des points ainsi obtenus dont l'abscisse  $x$  est positive et différente de 2. Construire cette tangente.

3. On considère l'aire limitée par la courbe, l'axe  $x'Ox$  et deux parallèles à  $y'Oy$ , d'abscisses 2 et 4.

Calculer l'aire ainsi limitée.

4. On choisit de nouveaux axes de coordonnées, de même origine que les précédents :  $X'OX$  a même direction et même sens que le vecteur dont les composantes scalaires par rapport à  $x'Ox$  et  $y'Oy$  sont respectivement 4 et 3 ;  $Y'OY$  est confondu avec  $y'Oy$ .

$\vec{I}$  et  $\vec{J}$ , vecteurs unité sur  $X'OX$  et  $Y'OY$ , ont même module que  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ .

Exprimer  $\vec{I}$  et  $\vec{J}$  en fonction de  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ .

Les coordonnées d'un point M étant  $x$  et  $y$  par rapport aux axes  $x'Ox, y'Oy$  et  $X$  et  $Y$  par rapport aux axes  $X'OX$  et  $Y'OY$ , déterminer  $x$  et  $y$  en fonction de  $X$  et  $Y$ .

En déduire l'équation de la courbe  $(C)$  par rapport aux axes  $X'OX, Y'OY$ .

Quelle est la nature de cette courbe ?

En déterminer l'axe focal ; écrire son équation par rapport aux axes  $X'OX, Y'OY$ , puis par rapport aux axes  $x'Ox, y'Oy$ .

En déduire les sommets de la courbe.

**N. B.** - Les questions 2, 3 et 4 sont indépendantes.