Baccalauréat série mathématiques
Grenoble septembre 1946

I. 1$^{\text{er}}$ sujet

Équation de l'ellipse rapportée à ses axes.

I. 2$^{\text{e}}$ sujet

Résolution d'un triangle dont on donne les trois côtés.
Discussion.

I. 3$^{\text{e}}$ sujet

Plan polaire d'un point par rapport à une sphère.
Position par rapport à la sphère. Propriétés.

II.

Soient Ox et Oy deux axes rectangulaires :

$$\left(\overrightarrow{\text{O}x},\ \overrightarrow{\text{O}y}\right) = +\frac{\pi}{4}.$$

On considère le point fixe A de l'axe Ox tel que $\overline{\text{OA}} = 3a$ $(a > 0)$ et un point *variable* B de la *demi-droite* Oy tel que $\widehat{\text{OAB}} = \theta$.
On désigne par (φ) le cercle lieu des points M du plan tels que $\dfrac{\text{MA}}{\text{MB}} = 2$ et par (H) l'hyperbole de *foyer* A qui admet (φ) pour cercle principal.
Ôn obtient ainsi, lorsque B se déplace sur Oy, une famille de cercles (φ) et une famille d'hyperboles (H) associées à ces cercles.

1. Lieux géométriques des sommets et du centre ω de l'hyperbole (H).
   Lieu du second foyer.
   Calculer, en fonction de θ, le rayon du cercle ω et la distance ωA.
   Déterminer l'angle des asymptotes d'une hyperbole (H).
2. Enveloppes des directrices des hyperboles (H).
   On dessinera avec soin ces enveloppes.
3. Quel doit être θ pour que l'hyperbole (H_0) correspondante ait une asymptote parallèle à Ox?
   Determiner l'abscisse de l'intersection I de la directrice associée au foyer A et de l'axe Ox.
   Montrer que Ox coupe (H_0) et un point E.
   Déterminer $\dfrac{\text{EA}}{\text{EI}}$ et l'abscisse de E.
4. Soit T le point du cercle (φ) tel que $\left(\overrightarrow{\omega\text{A}},\ \overrightarrow{\omega\text{T}}\right) = 60°$.
   Lieu de T
   Enveloppe de l'asymptote de H qui passe par T.
5. Existe-t-il des hyperboles (H) tangentes à la droite $y = 8a$; à la droite $y = ka$ $(ka > 0)$?
   Discuter suivant les valeurs de k.

N. B. - On rappelle que le cercle « principal » a son centre à l'intersection des asymptotes. Les candidats veilleront à ne pas le confondre avec les cercle directeurs.