∽ Baccalauréat Dijon série mathématiques ∾ septembre 1952

I. - 1er sujet.

Établir que les six éléments, a, b, c, A, B, C d'un triangle quelconque, vérifient le système :

$$\left\{\begin{array}{lcl} a^2 &=& b^2+c^2-2bc\cos \mathrm{A},\\ b^2 &=& c^2+a^2-2ca\cos \mathrm{B},\\ c^2 &=& a^2+b^2-2ab\cos \mathrm{C}\end{array}\right.$$

Réciproque.

I. - 2e sujet

Construire les centres des cercles passant par deux points donnés et tangents à un cercle donné. Discussion.

I. - 3e sujet

Dérivée d'un quotient et d'une racine carrée.

II.

1. On sait que le lieu des points du plan dont la différence des carrés des distances à deux points A et B est une constante k est une droite.
Désignons-la par la notation D(A, B, k).
F étant un point quelconque du plan, M sa projection sur D (A, B, k) établir la relation

$$\overline{\mathrm{FA}}^2-\overline{\mathrm{FB}}^2-k=2\overline{\mathrm{AB}}\,.\,\overline{\mathrm{MF}}.$$

2. Le point A est fixe. Le point B décrit un cercle fixe (F) de centre F distinct de A, de rayon R, par rapport auquel la puissance de A est P ; k est donné différent de zéro et de P.

a. Trouver le lieu de la projection M de F sur D(A, B, k) et l'enveloppe de D (A, B, k).
Discuter suivant que (F) passe ou non par A.
Préciser les éléments de ces courbes.

b. Montrer qu'il existe en général un autre cercle (F$'$) et une constante k' tels que si un point B$'$ décrit (F$'$) la famille des droites D(A, B$'$, k') soit identique à celle des droites D(A, B, k).

3. Le point A est fixe. Le point B décrit une droite L ; k est donné.
Montrer qu'il existe un point F et une constante m tels que si M est la projection de F sur D(A, B, k) on ait

$$\overline{\mathrm{FM}}=m.\overline{\mathrm{AB}}.$$

En déduire de façon précise le lieu de M est l'enveloppe de D(A, B, k).