Baccalauréat Étranger groupe I [1] juin 1966
Mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

EXERCICE 1

Soit le nombre complexe $\alpha = \sqrt{3} + \mathrm{i}$.

1. Calculer le module et l'argument de α.
2. Calculer le module et l'argument du nombre

$$\beta = 2\mathrm{i} - \alpha.$$

3. Calculer le module et l'argument du nombre

$$\gamma = 2\mathrm{i} + \alpha.$$

4. Calculer le module et l'argument du nombre

$$\delta = \frac{\gamma}{\beta}.$$

EXERCICE 2

Oxyz est un repère orthonormé. Le point A a pour coordonnées, par rapport à ce repère,

$$x = -1, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

1. Soit (P) la parabole qui a pour foyer O et pour directrice la droite du plan $x\mathrm{O}y$ qui y a pour équation $x + 2 = 0$.
   Former l'équation cartésienne de la parabole (P) dans le plan $x\mathrm{O}y$.
   Soit (Q) la parabole qui a pour foyer A et pour directrice 1a droite du plan $x\mathrm{O}z$ qui y a pour équation $x - 1 = 0$.
   Former l'équation cartésienne de la parabole (Q) dans le plan $x\mathrm{O}z$.
2. Soit M un point de (P) ; on désigne par a son abscisse ; soit S un point de (Q) ; on désigne par b son abscisse.
   Évaluer :
   — la longueur du, segment OM en fonction de a,
   — la longueur du segment AS en fonction de b,
   — la longueur du segment SM en fonction de a et de b.
   Vérifier la relation

$$\mathrm{SM} + \mathrm{OA} = \mathrm{OM} + \mathrm{AS}.$$

3. On suppose $b \neq 0$; soit U le point de coordonnées

$$x = -b, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

   Démontrer que la droite SU est tangente à (Q). Évaluer en fonction de a et de b le produit scalaire $\overrightarrow{\mathrm{SM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{SU}}$ et en déduire que l'angle USM est aigu.

1. Le Groupe 1 comprend les centres d'examen suivants : Tunisie, Cameroun, Gabon, Tchad, Congo, République centrafricaine, Mali, Côte d'Ivoire, Haute-Volta, Niger, Mauritanie, Athènes, Rome, Espagne, Portugal, Tel-Aviv, Beyrouth, Syrie, Le Caire, Addis-Abbéba, Djibouti.

4. On suppose que b reste fixe (avec $b \neq 0$). Calculer cos USM et en déduire que l'angle USM ne dépend pas de a.

On désigne par (Π) le plan qui passe par A et qui est perpendiculaire à SU ; la droite SM le coupe en un point m. Démontrer que, lorsque a varie (b étant fixe), m reste sur un cercle fixe, (Γ), dont on calculera le rayon en fonction de b.

5. La tangente en m à (Γ) coupe le plan $x\text{O}y$ en un point T. Quel est le lieu de T lorsque, b restant fixe, a varie ?

Quel est le lieu du centre, ω, de (Γ) quand S varie sur (Q) ?