Faire des maths en s'amusant :

On peut faire (et même commencer à faire) des mathématiques avec plaisir, à tout âge, quelles que soient ses connaissances dans ce domaine !

Objectifs :

- Les mathématiques sont souvent une matière mal reçue. Il s'agit d'en faire découvrir une nouvelle image, en insistant sur l'approche ludique, le côté plaisant; d'en donner une vision plus dynamique, interactive.
- Il s'agit de développer une réelle activité mathématique : inciter les visiteurs à expérimenter, inventer, oser des combinaisons, s'interroger et comprendre en manipulant.
- Tout en faisant appel aux sens (toucher, vue), provoquer des questions; les réponses, les approfondissements peuvent être donnés à différents niveaux.
- Favoriser la construction d'images mentales par la manipulation.
- S'amuser !

Présentation de la malle:

Une dizaine d'ateliers, à répartir sur des tables. Les panneaux explicatifs sont sur un support vertical de dimensions réduites ou bien incorporées au jeu. L'accent est mis sur le matériel de jeu, abondant, divers, et coloré (très important).

La plupart des jeux ont été testés lors de deux expositions :

- pour "La Science en Fête 1993" pendant 2 semaines au Centre de Rencontre de la Grâce de Dieu à Caen
- durant tout le mois de janvier 1994 à la Bibliothèque Municipale de Caen.

Pour quel public?

L'exposition ne demande aucune connaissance préalable: les jeux ne font appel qu'à la réflexion, la logique, l'imagination, l'envie de jouer...

Les problèmes sont accessibles : les énoncés sont faciles à comprendre par tous. La théorie sous-jacente, non détaillée, peut être complexe, mais il s'agit ici de manipuler, et la manipulation aboutit.

On peut dire que cette exposition s'adresse aux élèves de primaire et de collège, mais de plus jeunes peuvent trouver des ateliers qui les attirent, de même que les lycéens, les étudiants et les adultes. Chaque activité permet plusieurs niveaux de jeu, avec indication de la gradation des difficultés. Cette exposition trouve aussi sa place dans les centres socio-culturels, les MJC, les bibliothèques.

Dans cette exposition, très variée, tout ne s'adresse pas à tout le monde, mais chacun peut trouver des activités qui devraient lui donner le goût d'accroître ou approfondir ses connaissances.

Exposition itinérante:
Liste des ateliers et manipulations associées.

Description du matériel et des jeux proposés.

Atelier n°1 : Somme de puissances.

Matériel : cinq puzzles plans dans leur support, chacun de couleur différente.
Pour chacun des puzzles n° 1 à 4, les morceaux permettent de reconstituer un seul carré ou bien deux autres plus petits (Pythagore).
Pour le puzzle n°5, avec les morceaux on peut faire un carré ou bien un octogone régulier.

Matériel : Huit pièces de bois formées de cubes-unité (huit "polycubes").
Les huit pièces peuvent être assemblées pour former un cube de côté 6 ou bien trois cubes séparés de côtés 3, 4 et 5 ($3^3+4^3+5^3=6^3$).

Atelier n°2 : Puzzles plans et dans l'espace.

<u>Dans le plan</u>
Matériel : un jeu de Tangram classique et un jeu de Tangram "œuf".
Construire une figure donnée, géométrique ou non, avec les pièces du jeu. Pages de modèles fournies.

Matériel : quatre puzzles plans (n° II-1 à II-4), dans leur support. Les pièces sont des carrés multicolores (chaque pièce porte le repère du cadre auquel elle appartient).
Chaque cadre doit être rempli avec les carrés qui lui appartiennent. Plusieurs niveaux de jeu.

Matériel : un puzzle étoile (n° II-5) dans son support.
Avec les pièces, on fait une grande étoile ou trois petites.

Matériel : trois puzzles plans (n° II-6, II-7, II-8),dans leur support, chacun de couleur différente.
Pour chacun de ces puzzles, la consigne est la même : avec les pièces du puzzle, on peut reconstituer différentes figures (qui auront donc la même aire).

Matériel : deux puzzles plans (II-9 et II-10), dans leur support.
Puzzle de Lewis Carroll (*II-9*): en disposant les pièces de deux façons différentes, on obtient un carré ou un rectangle et surprise....les deux figures n'ont pas la même aire !
Puzzle des lapins de Paul Curry (*II-10*): en disposant les pièces de deux façons différentes, on obtient dans chaque cas un rectangle mais ...un lapin a disparu !!!

Dans l' espace:
Matériel :
- *un grand cube de bois de côté 22cm dans un contenant transparent. Le cube est découpé en neuf tétraèdres.*
- *un jeu Soma c'est-à-dire sept pièces de bois constituées de petits cubes-unité (6 "tétracubes" et 1 "tricube").*

Dans les deux cas, le but du jeu est de reconstituer un grand cube.
Dans le cas du jeu Soma, avec les sept pièces de bois on peut aussi construire des structures, symétriques ou non, ou encore des objets familiers (tour, château, maison, etc.).

Atelier n°3 : Pavages.

Matériel : un jeu de mosaïque. 250 pièces en plastique, couleurs et formes variées (carrés, hexagones, triangles, losanges, trapèzes).
Permet la construction de figures géométriques variées, de pavages esthétiques, ainsi que l'approche de la perspective.

Matériel : jeu "Scope couleur". Quatre plateaux hexagonaux en plastique, 400 trapèzes en plastique de huit couleurs différentes et des modèles à reproduire.
Reproduire les modèles ou créer ses propres pavages en laissant libre cours à son imagination.

Atelier n°4 : Figures magiques.

Matériel : cinq plaques sur lesquelles sont gravées les figures et les règles du jeu; des pions numérotés.
Il s'agit de compléter les figures dessinées en posant des pions numérotés sur les points afin de rendre ces figures magiques. Une figure magique est un ensemble de points reliés par des lignes. On place des nombres sur ces points de telle sorte que la somme le long de chaque ligne soit la même.
Les figures magiques ici sont : étoile, triangle, carré, rosace.

Atelier n°5 : Jeux d'allumettes.

Matériel : cinq plaques sur lesquelles sont gravés les textes et les configurations de départ des "allumettes". Des bâtonnets en forme d'allumettes.
Disposer les allumettes comme indiqué sur la plaque. Suivre la consigne pour former une nouvelle figure.

Atelier n°6 : Polyèdres.

Matériel : Kit CLIXI (polygones en plastique qui se "clixent" entre eux). 408 pièces: rectangles, carrés, pentagones, hexagones, octogones, losanges, triangles équilatéraux, isocèles demi-carrés. Des modèles à reproduire.
Les polygones permettent de construire des structures géométriques de l'espace. On peut reproduire les solides présentés sur les modèles ou bien en imaginer d'autres.

Atelier n°7 : Rubans de Möbius et graphes.

Ruban de Möbius

Matériel : deux rubans en toile munis de velcro et de fermetures à glissière. L'un est partagé en deux suivant la ligne médiane. Quant à l'autre, deux fermetures permettent de le partager en trois bandes identiques.

Pour faire des expériences avec les rubans: après avoir fait (ou non) subir à la bande une ou plusieurs torsions, on referme l'anneau avec le velcro. Puis on le "découpe" avec les fermetures à glissière. Les résultats obtenus défient l'intuition !

Graphes.

Matériel : quatre plaques effaçables sur lesquelles sont gravés les dessins et les textes. Feutres pour tableau.

Il faudra aider le facteur à organiser sa tournée, le gardien de nuit à faire sa ronde, dessiner comme le paresseux "sans lever le crayon" et tracer les itinéraires d'entraînement de Roméo et Juliette.

Atelier n°8 : Triminos.

Matériel : 24 triangles équilatéraux non retournables, dont les côtés sont peints d'une couleur parmi quatre possibles. Deux cadres supports : un hexagonal et un parallélogramme.

Avec ces 24 pièces, on remplira le cadre choisi en respectant la règle suivante: deux triangles peuvent être juxtaposés si les côtés accolés sont de la même couleur. On peut en plus imposer que le pourtour du cadre comporte une seule couleur.

Atelier n°9 : Tours de Hanoï.

Tour de Hanoï bicolore :

Matériel : un support avec trois tiges, trois disques rouges et trois disques blancs (diamètres 4cm, 5,5cm, 7cm).

Les positions de départ et d'arrivée sont celles dessinées sur le panneau et dans le livret d'accompagnement : deux tours de couleurs alternées au départ, une tour rouge et une tour blanche à l'arrivée.

On déplace **un** seul disque à la fois, sans jamais placer un disque plus grand sur un disque plus petit.

Effectuer le passage de la position de départ à celle d'arrivée en un minimum de coups.

Atelier n°10 : Enigmes logiques.

Le tapis en patchwork :

Matériel : un cadre support 22 cm x 22 cm, 25 carrés colorés (cinq de chaque couleur).

Réaliser un tapis sans mettre deux fois la même couleur dans une même ligne, dans une même colonne ni dans une même diagonale.

Le zèbre.

Matériel : quatre maisons de couleurs différentes; douze plaques rectangulaires portant le nom d'un animal, ou d'une boisson, ou d'une nationalité; un texte donnant une liste de dix indices.

Trouver qui boit de l'eau et à qui appartient le zèbre.

La classe.

Matériel: une plaque effaçable portant le texte de l'énigme et un tableau aidant à la résoudre; feutre effaçable.

À partir d'une liste de quatre indices, trouver qui enseigne à qui.

Un indice est superflu. Trouver lequel.

Un livret d'accompagnement :

Destiné au responsable de l'exposition et aux animateurs, avec pour chaque atelier, des détails sur le contenu mathématique, des pistes d'approfondissement, l'indication de livres et revues de référence sur le sujet et les solutions détaillées des jeux.

Adresses utiles, références bibliographiques.

Quelques adresses:

APMEP Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
26 Rue Duméril 75013 Paris
01 43 31 34 05
http://www.apmep.asso.fr
(Publie un bulletin et de nombreuses brochures).

FFJM Fédération Française des Jeux Mathématiques
8 rue Bouilloux-Lafont 75015 Paris
01 44 26 08 37
http://www.ffjm.org
(Organise les championnats nationaux et internationaux de jeux mathématiques).

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Basse-Normandie
UFR de Sciences, Campus II Côte de Nacre, Sciences 3, Boulevard Maréchal Juin 14032 Caen cedex
02 31 56 74 02
http://math.unicaen.fr/irem
(Bibliothèque avec de nombreux ouvrages et publications. Il existe un catalogue des publications de tous les IREM -il y a un IREM par académie).

Editions POLE
80 Boulevard Saint Michel 75006 Paris
http://poleditions.com
Publie TANGENTE, HYPERCUBE. Diffuse également de nombreux ouvrages de jeux, de culture et de matériel mathématiques. Catalogue de la "librairie de Tangente" sur demande.

Revue QUADRATURE : http://www.quadrature.info

ACL, les éditions du Kangourou
12 Rue de l'épée de bois 75005 Paris
01 43 31 40 30
http://mathkang.org
Edite Maths et Malices et les numéros spéciaux "Maths pour Tous". Organise le Kangourou des Collèges. Diffuse des ouvrages de culture et d'histoire des mathématiques. Catalogue sur demande.

Revues sur abonnement:

- HYPERCUBE (collège) Editions ARCHIMÈDE.
- TANGENTE (lycée) Editions ARCHIMÈDE.

- JOUER JEUX MATHÉMATIQUES FFJM.
- MATHS ET MALICE (collège) Editions ACL.
- QUADRATURE (étudiants, professeurs) Editions du CHOIX.

Le Jeune Archimède (anciens numéros) : s'adresser aux Editions ARCHIMÈDE.
Le Petit Archimède (Ancienne revue éditée entre 1972 et 1984 par l'ADCS).
L'association ADCS (Association pour le Développement de la Culture Scientifique), créée en 1972 par Yves Roussel, a été dissoute en 2010 mais Christian Boyer a créé un site dédié à ces revues (http://www.lepetitarchimede.com) qui est en cours de mise en ligne de l'intégralité des numéros publiés.

Articles, brochures, BD :

Collection "Maths pour Tous" Vol 1 : Histoires de Maths; Vol 2 : Le monde des Symétries ; Vol 3 : Pythagore ; Vol 4 : La magie du Calcul, Editions ACL.
Les Mathématiques du Kangourou (Prix d'Alembert 1994), Editions ACL.
Jeux du Kangourou des collèges 1995, Editions ACL.

Pages de jeux de certaines revues scientifiques: Science et vie Junior, Science et vie, etc...

"Jeux 1", publication APMEP n°44 (contient en particulier une bibliographie très fournie pour le lancement d'un club de mathématiques, date de 1982).
"Jeux 2, Jeux et activités numériques", publication APMEP n°59.
"Jeux 3, Jeux pour la tête et les mains", publication APMEP n°78.
"Les carrés magiques", publication APMEP n°10.

J.P. Petit, "Le Géométricon" (bande dessinée), BELIN.

Quelques livres extraits des catalogues des éditeurs:

Nicholas Falletta, "Le livre des paradoxes", BELFOND.
Martin Gardner, "La magie des paradoxes", Bibliothèque POUR LA SCIENCE, BELIN.
E.P. Northtrop, "Fantaisies et paradoxes mathématiques", DUNOD.

Collectif, "Annales du championnat de jeux mathématiques", Editions ARCHIMEDE.
Yacov Perelman, "Oh, les maths!", DUNOD.
Martin Gardner, "Nouveaux divertissements mathématiques", DUNOD.
Martin Gardner, "Problèmes et divertissements mathématiques", 2 tomes, DUNOD.
Martin Gardner, "Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd",2 tomes, DUNOD.
Collectif, "Les récréations arithmétiques d'Evariste et Sophie", Editions ARCHIMEDE.
Philippe Boulanger, "La fête des petits matheux", (Belin) Editions ARCHIMEDE.
Marie Berrondo, "Faites vos Jeux", DUNOD.
Marie Berrondo, "Géométriquement vôtre ", DUNOD.
Pour la Science " La mathématique des jeux", BELIN.

Raymond Smullyan, "Le livre qui rend fou", DUNOD.

Raymond Smullyan, "Ca y est, je suis fou", DUNOD.

Ian Stewart, "Visions géométriques", Bibliothèque Pour la Science, BELIN.
Collectif, "Les Mathématiques aujourd'hui", Bibliothèque Pour la Science, BELIN.

Et ceux-ci, qu'on doit trouver au fond des (bonnes) bibliothèques:

Aux Editions CEDIC, (aujourd'hui disparues....),
Odier et Roussel, "Surprenants triangles", Collection LES DISTRACTS, n°1.
Holden, "Formes, espace et symétries", Collection LES DISTRACTS, n°2.
Meeus et Torbijn,"Polycubes", Collection LES DISTRACTS, n° 4.

Yacov Perelman, "La mathématique vivante".
Emma Castelnuovo, "Mathématiques dans la réalité".
Cundy et Rollett, "Modèles mathématiques".
Yvon Bossard, "Rosaces, frises et pavages", 2 tomes.
M. Dumont et F. Pasquis, "Mathématiques pour la tête et les mains".
F. Boule, "Mathématiques et jeux".

Dans les pages qui suivent, chaque atelier est décrit en détail, avec en particulier une rubrique concernant le contenu mathématique sous-jacent et des pistes d'approfondissement permettant d' aller (un peu) (beaucoup) (passionnément) (à la folie) ou.....(pas du tout) plus loin, au gré de l'envie du visiteur et/ou de l'animateur.

Rappelons qu'aucune connaissance spécialisée n'est exigée pour aborder les activités, qui ne font appel qu'à la réflexion, la logique, et surtout l'envie de jouer et chercher.

ATELIER n°1

Somme de puissances.

Contenu :

* Théorème de Pythagore $a^2=b^2+c^2$ pour les puzzles plans n°1 à 5
* $3^3+4^3+5^3=6^3$ pour les cubes en bois.

Pour aller plus loin :

* Les triplets pythagoriciens (trouver tous les entiers vérifiant $a^2=b^2+c^2$)
* Le théorème de Fermat (Pour n>2, il est impossible de trouver 3 entiers tous différents de 0 tels que $x^n+y^n=z^n$)
* Décomposition d'entiers sous forme de sommes de carrés, de somme de cubes, de somme de toutes autres puissances d'entiers.

Références (entre autres …) :

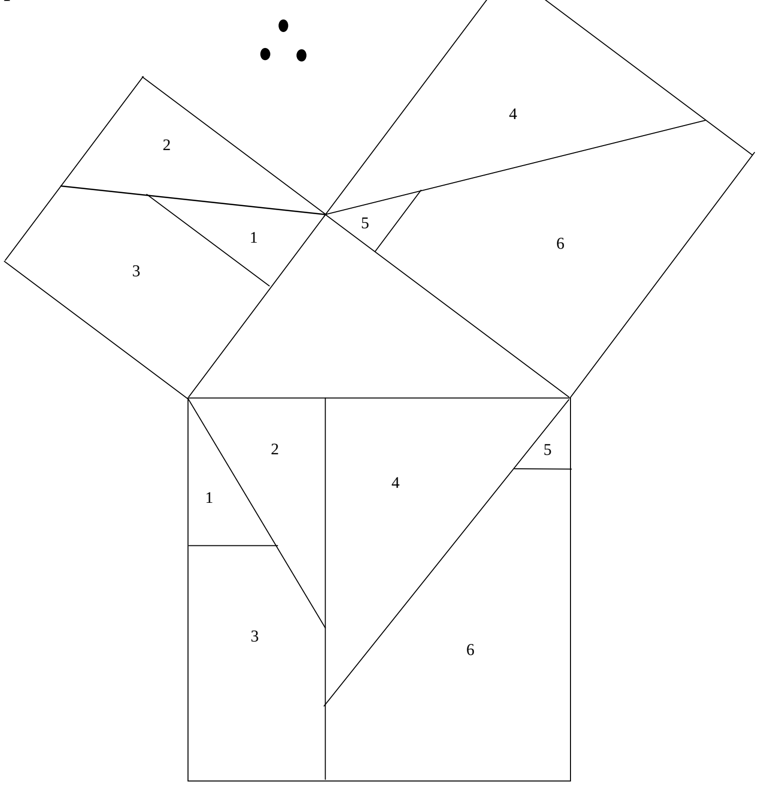
* Pour le Théorème de Pythagore:
  * Revue Tangente n° 8-33- 34- 40
  * ACL Collection "Maths pour Tous" Vol 3: Pythagore
  * Emma Castelnuovo, "Mathématiques dans la réalité", Editions CEDIC
  * Serge Lang, "Des jeunes et des maths (un chercheur rencontre des collégiens)", Editions BELIN.

* Pour $3^3+4^3+5^3=6^3$:
  * Cundy et Rollett, "Modèles mathématiques", Editions CEDIC
  * Hardy and Wright, "An introduction to the theory of numbers" chap 13-20-21, Oxford Science Publication.

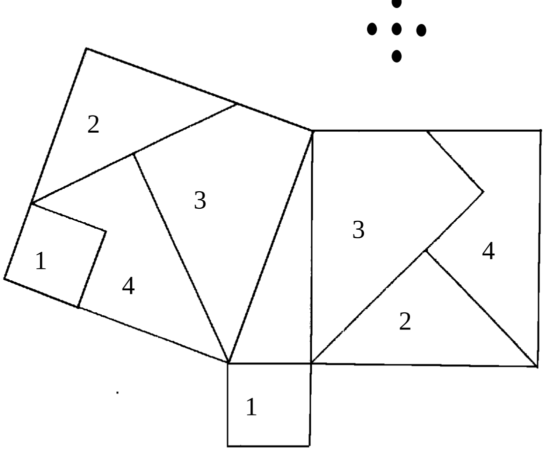
Solutions :

Les dessins figurant à côté du numéro des puzzles correspondent aux marques de repérage portées sur les pièces et leur support

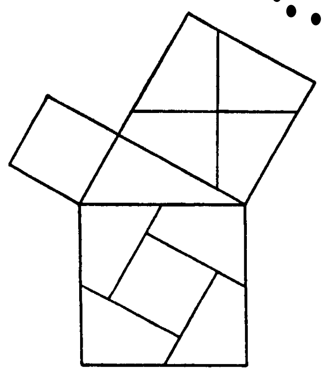
puzzle n°I-2



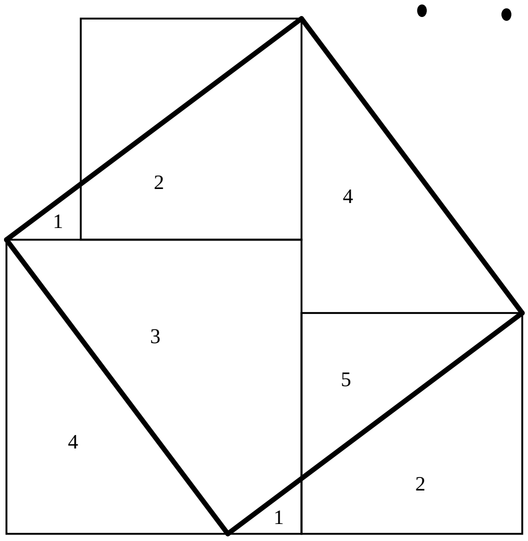
puzzle n°I-1



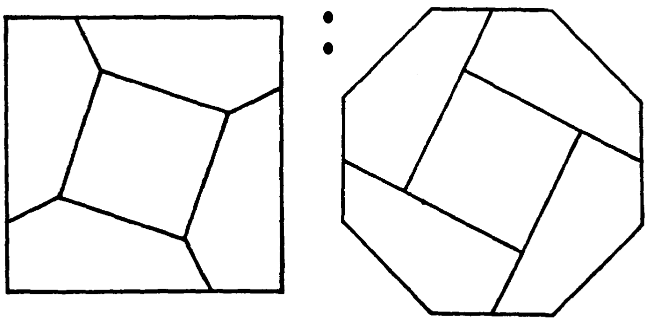
puzzle n° I-4



puzzle n° I-3

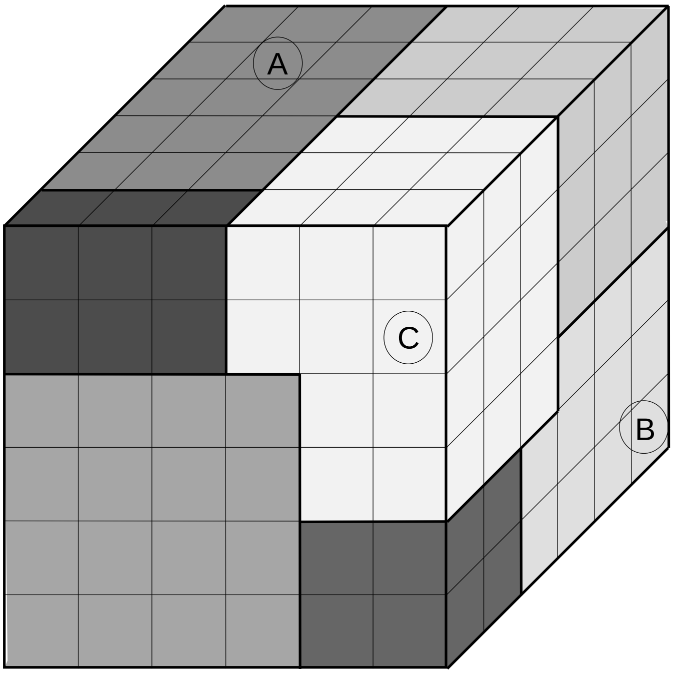


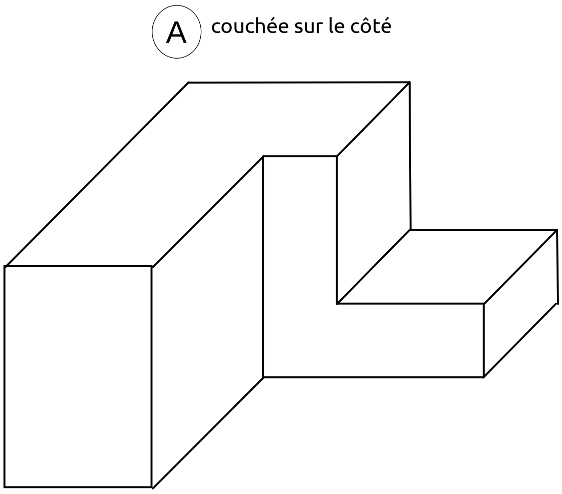
puzzle n°I-5

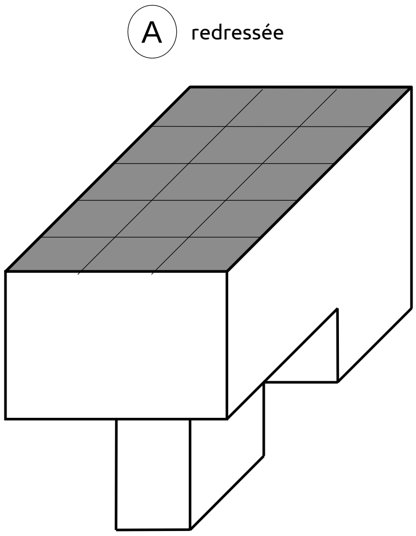


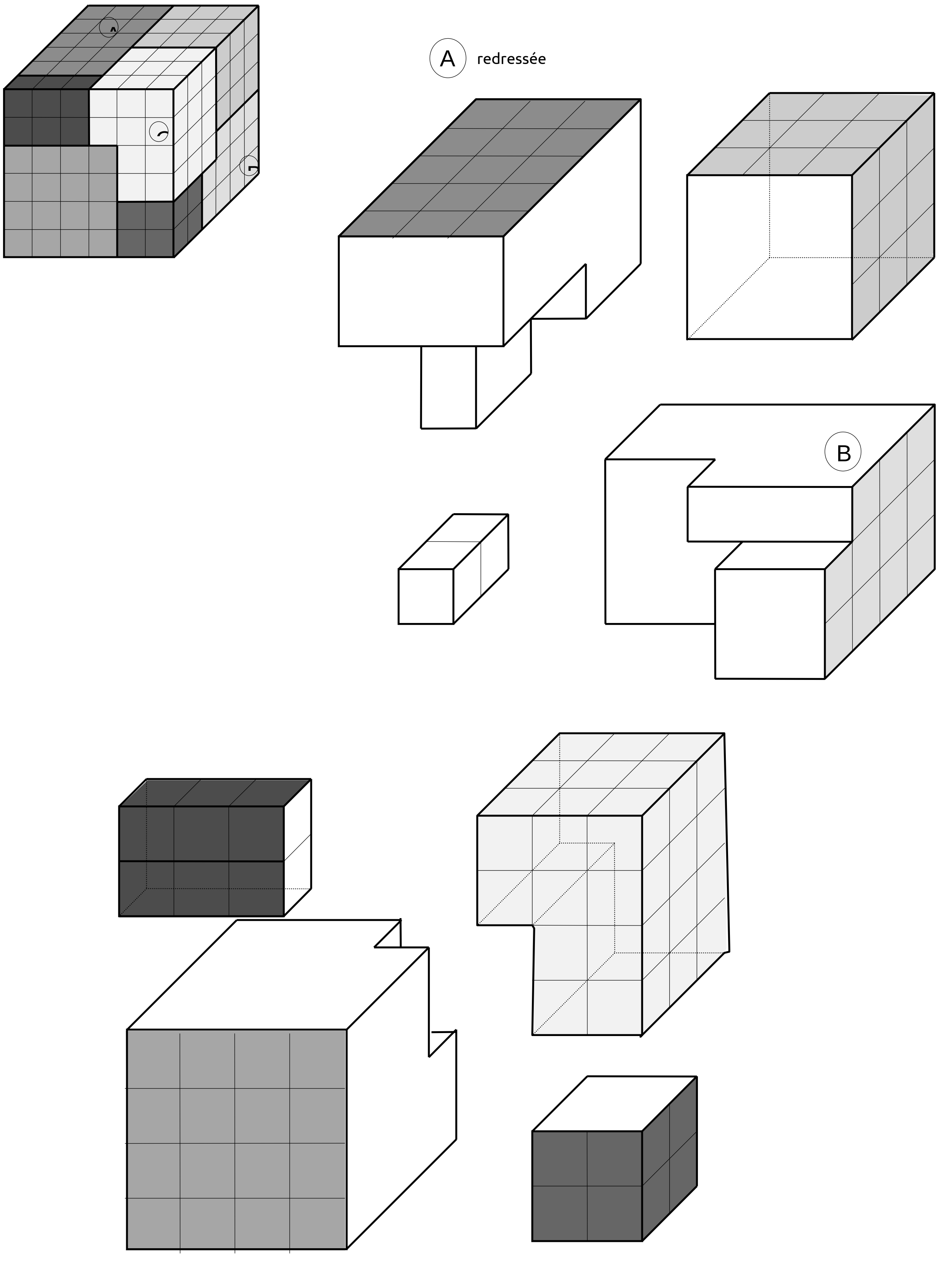
$$3^3+4^3+5^3=6^3$$

Reconstitution du cube de côté 6:

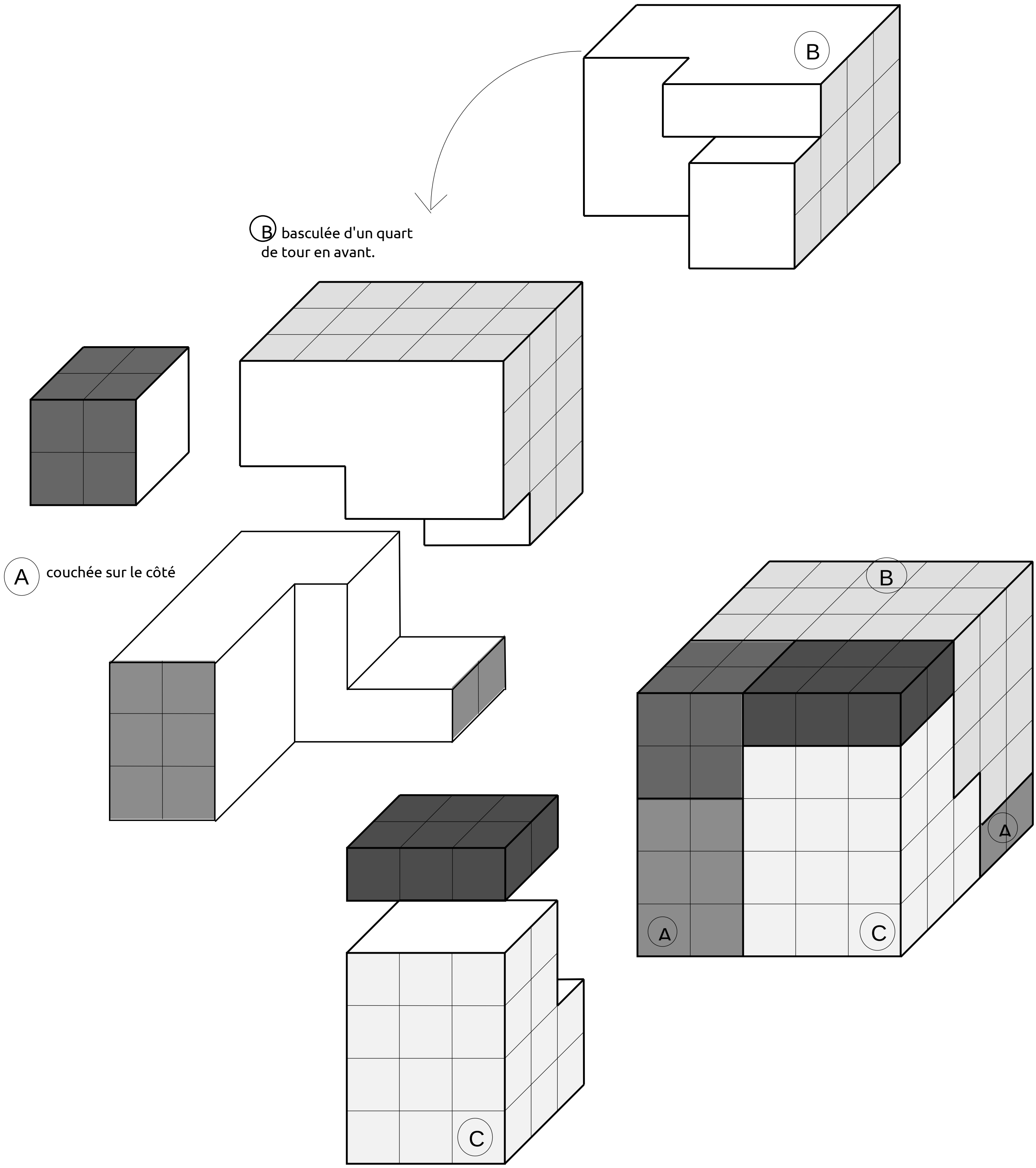







A
redressée
B

Passons maintenant à la confection du cube de côté 5 (pour le cube de côté 4, c'est immédiat).



ATELIER n°2

Puzzles plans et dans l'espace.

Contenu:

Une figure étant donnée, il faut la reconstituer à l'aide de formes géométriques données.

Cette figure peut être :

- une figure géométrique plane :

puzzles n°1 et 2	carré à remplir de carrés
puzzles n°3 et 4	rectangle à remplir de carrés
puzzle n°5	étoile.

- une figure plane quelconque : oiseau, personnage dans différentes attitudes, etc. avec les tangrams (version classique et version tangram oeuf).
- un solide de l'espace
  - ◊ le cube Soma: avec 7 pièces (6 composées chacune de quatre cubes-unité et 1 de trois cubes-unité) on peut reconstituer un cube de côté 3.
  - ◊ un cube de côté 22 cm à reconstituer avec 9 tétraèdres

Figures de même aire

puzzles n° 6, 7 et 8, pour chacun de ces trois puzzles, la consigne est la même: avec un certain nombre de pièces données, on peut reconstituer différentes figures, qui auront donc la même aire.

Puzzles surprenants (paradoxaux)

- puzzle n°9 (de Lewis Carroll): en disposant les pièces de deux façons différentes, on obtient un carré ou un rectangle et ..., surprise, les deux figures n'ont pas la même aire !
- puzzle n°10 (les lapins de Paul Curry -mathématicien et magicien-): en disposant les pièces de deux façons différentes, on obtient dans chaque cas un rectangle, mais un lapin a disparu !

Pour aller plus loin:

A propos des puzzles n°6, 7 et 8 :

Polygones de même aire : si deux polygones ont même aire, l'un d'eux peut être décomposé en un ensemble fini de polygones qui permettent de reconstituer l'autre (Bolyai 1832).

Polyèdres de même volume : c'est le troisième problème d' Hilbert. " Si deux polyèdres ont même volume, l'un d'eux peut -il toujours être décomposé en un ensemble fini de polyèdres qui permettent de reconstituer l'autre ? "La réponse est non (Dane 1900). Cf PLOT n° 62 p 13 (bulletin de la régionale APMEP d' Orléans).

A propos du puzzle n°9 :

Les puzzles de Lewis Carroll et les suites de Fibonacci (cf Tangente n° 17 et Jouer Jeux Mathématiques n°7)

Les polycubes, assemblages de petits "cubes -unité" comme par exemple les cubes Soma. Parmi les nombreux jeux possibles on peut citer les Pentaminos ou encore le jeu qui consiste à prendre les 8 tétracubes possibles et réaliser différentes structures familières en laissant libre cours à son imagination : maison, escalier, tour, château, etc.

Références (entre autres ...) :

Cundy et Rollett, "Modèles mathématiques", Editions CEDIC
Jeux 1, publication APMEP n° 44

puzzles de carrés :
Le Jeune Archimède
Maths et malices n°5
Hypercube n°7

puzzle n°6 :
Tangente n°32

puzzles paradoxaux n°9 et 10 :
Tangente n°17
Nicholas Falletta, "Le livre des paradoxes", BELFOND
Martin Gardner, "La magie des paradoxes", Bibliothèque POUR LA SCIENCE BELIN

Cubes Soma
Meeus et Torbijn,"Polycubes", Collection LES DISTRACTS, Editions CEDIC, 1977
Martin Gardner, article complet dans le Scientific American de septembre 1958
Martin Gardner, "Problèmes et divertissements mathématiques, tome 2"

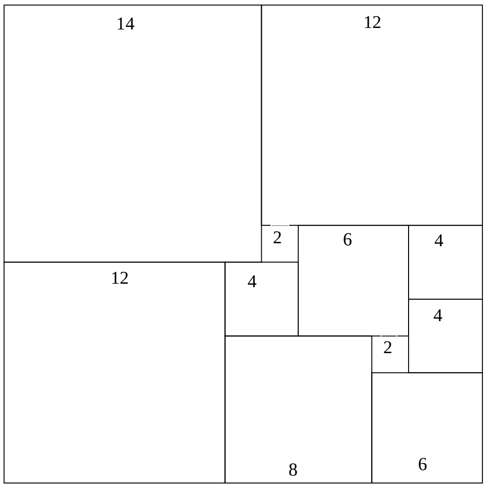
Solutions:

Notons tout d' abord qu'on peut fixer plusieurs niveaux de jeu

- Pour les puzzles n° 1-2-3-4 :
  niveau 1 : utiliser le cadre de rangement du puzzle et utiliser les pièces carrées avec leur face indiquant leur dimension.
  niveau 2 : utiliser le cadre, mais utiliser les pièces avec leur face "aveugle"
  niveau 3 : ne pas se servir du cadre ni des indications de dimension des pièces carrées.

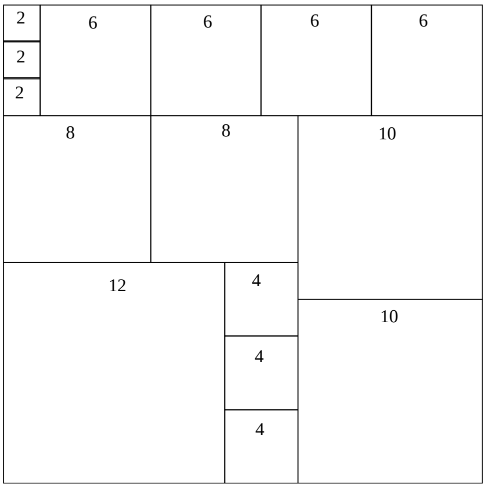
- Pour les puzzles n°6-7-8, dans la reconstitution du carré:
  niveau 1 : en utilisant le cadre de rangement du puzzle.
  niveau 2: le faire en dehors du cadre du puzzle.

Puzzle n° II-1 •

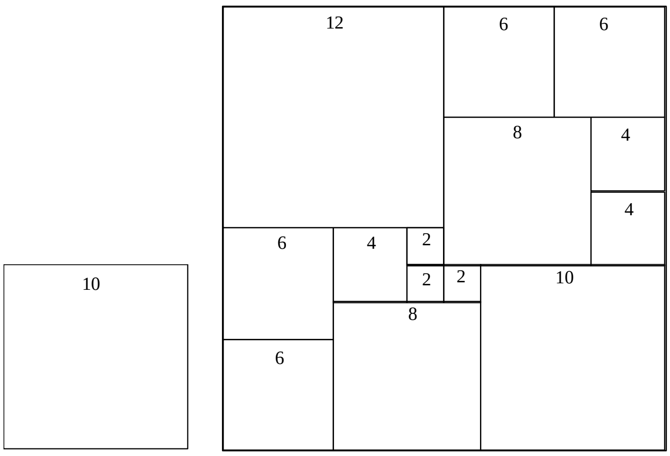


Les dessins figurant à côté du numéro de certains puzzles correspondent aux marques de repérage portées sur les pièces et leur support

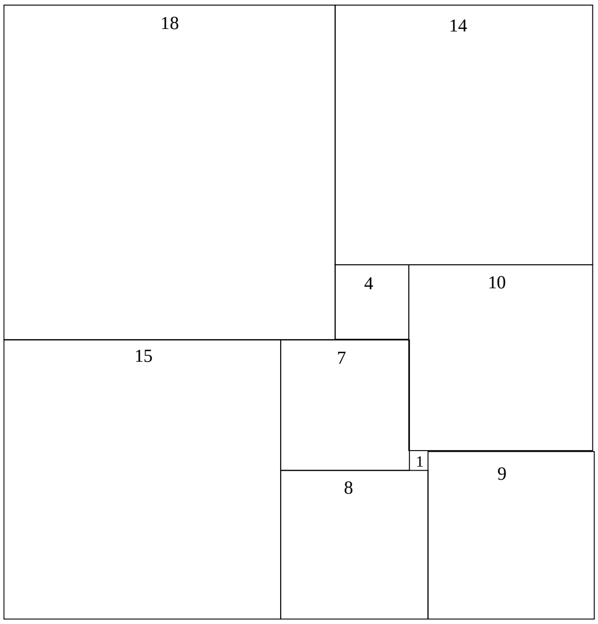
Puzzle n° II-2 • •



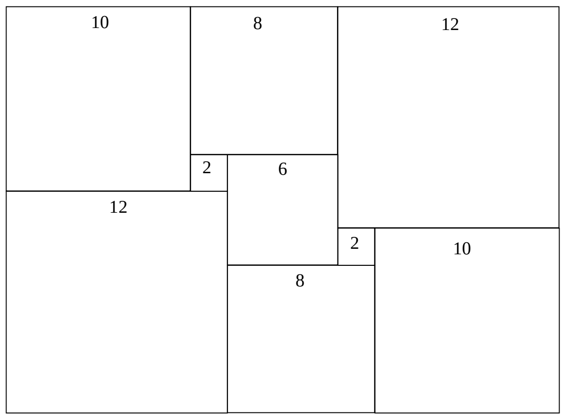
ou bien



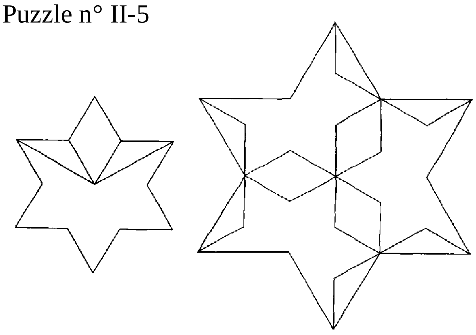
Puzzle n° II-3



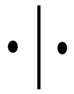
Puzzle n° II-4

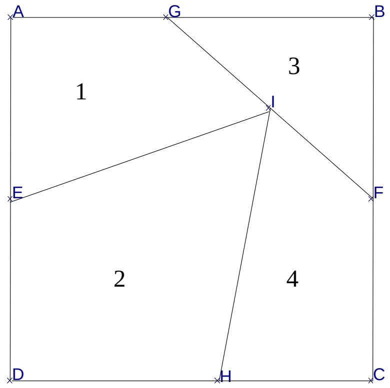


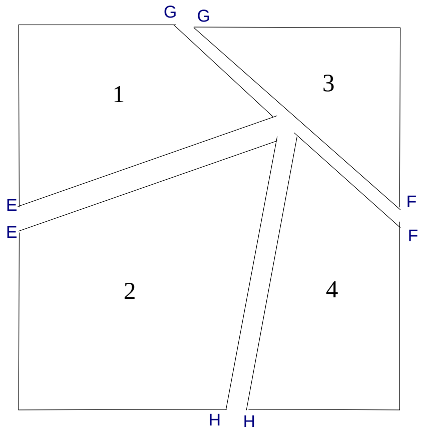
Puzzle n° II-5



Puzzle n° II-6







Remarquer que :

AE=ED=BF=FC

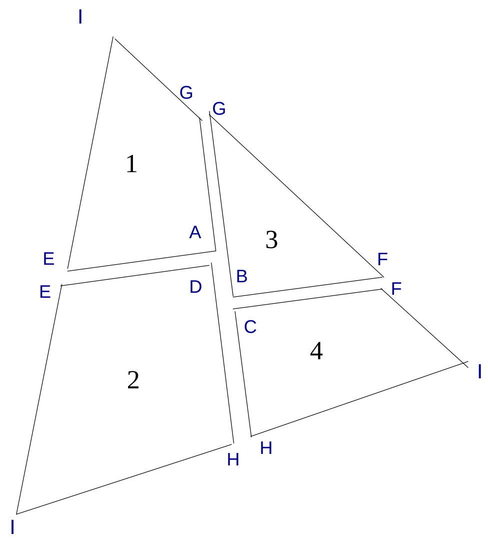
G (resp H) n' est pas le milieu du segment AB (resp DC)

BG > BF.

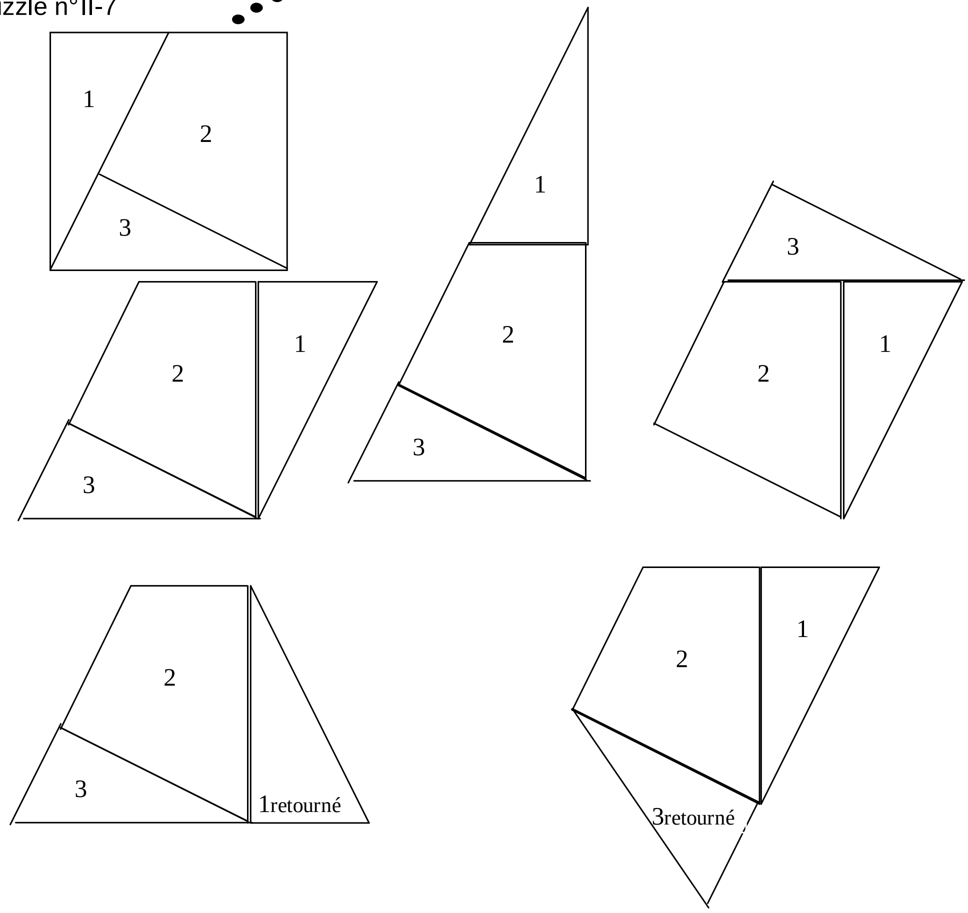
On retournera les pièces en les faisant pivoter :

- autour de l' axe EG pour la pièce 1
- autour de l' axe EH pour la pièce 2
- autour de l' axe GF pour la pièce 3
- autour de l' axe FH pour la pièce 4

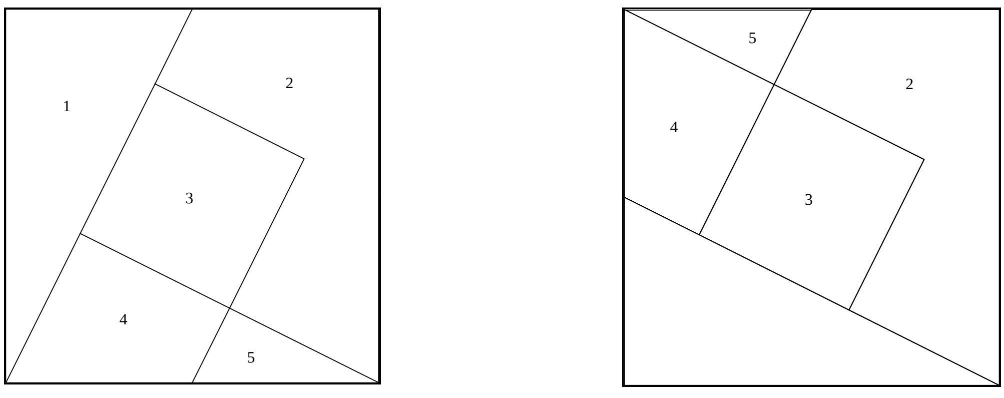
puis on les assemblera pour former le triangle.



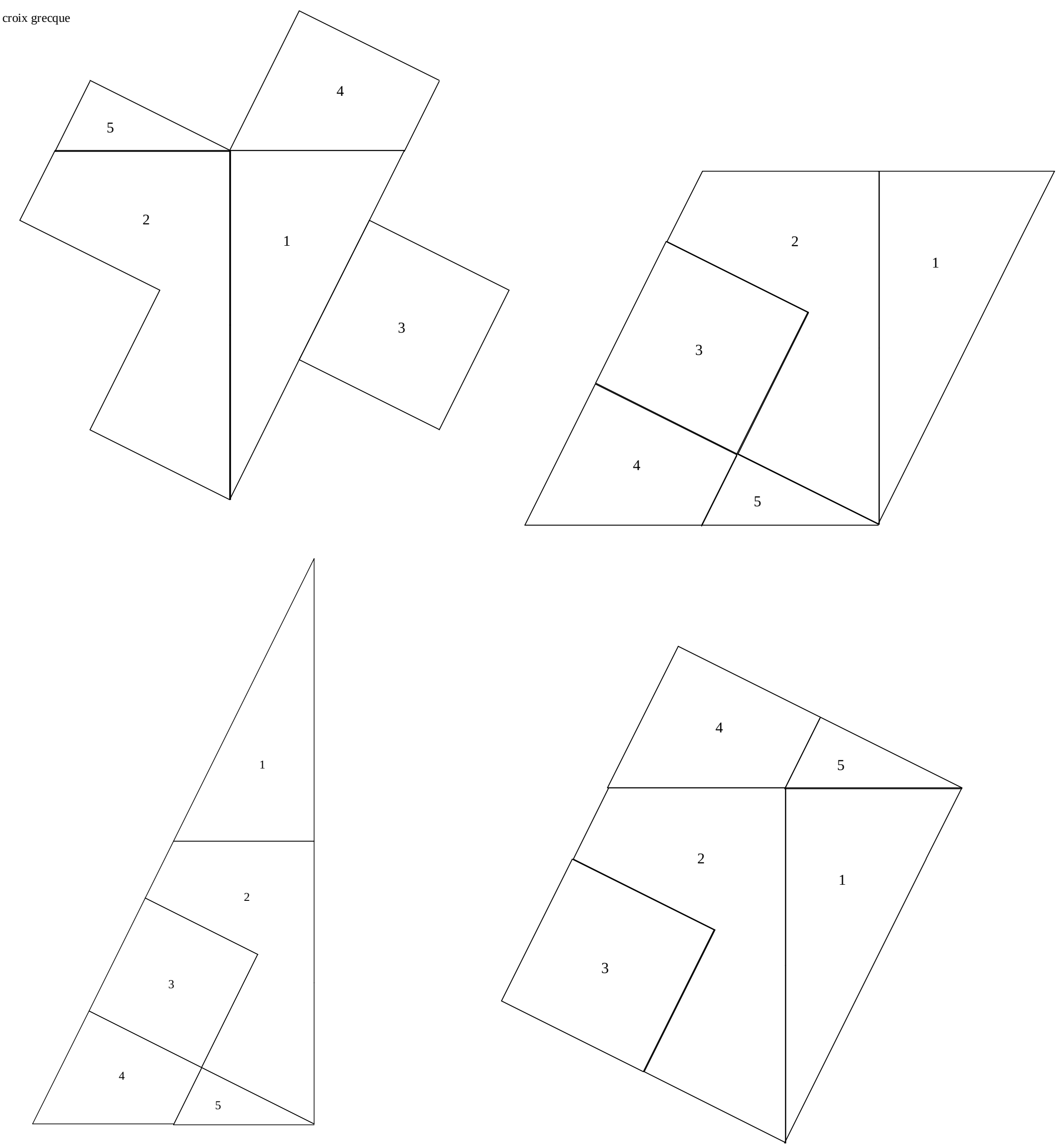
Puzzle n°II-7



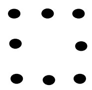
Puzzle n° II-8 (de Sam Loyd)



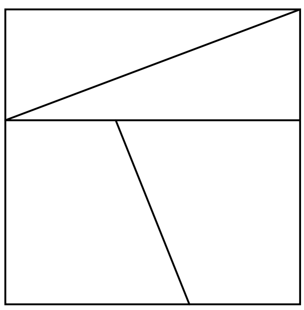
La croix grecque

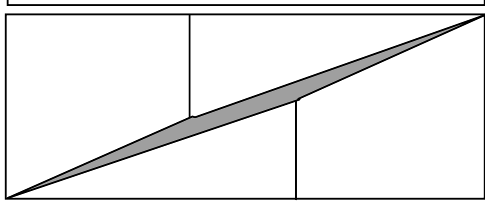


Puzzle n° II-9 (de Lewis Carroll).

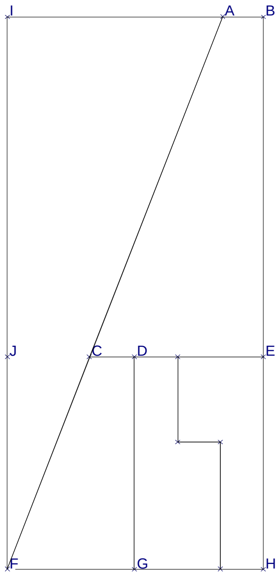


En exagérant beaucoup le phénomène, voilà ce qui se passe réellement: le cm² manquant est réparti sur toute la zone grisée, et étant donnée la taille du puzzle, c' est imperceptible à l' oeil.
8, 13 et 21 sont des nombres de la suite de Fibonacci.





Puzzle n° II-10 (Les lapins de Paul Curry).

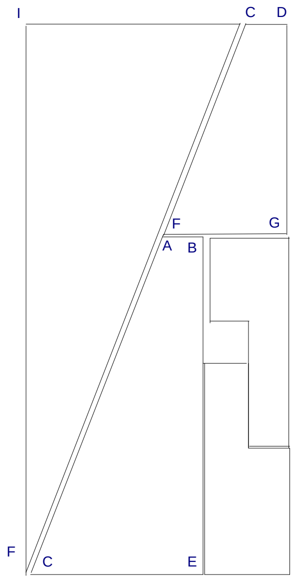


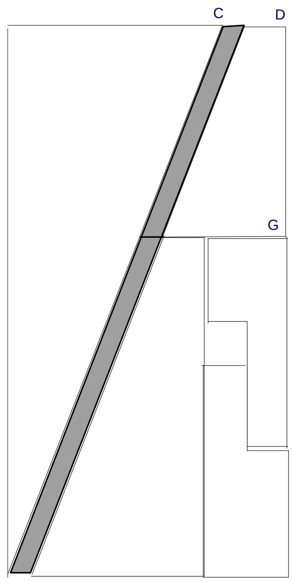
Prenons comme unité de longueur le côté d'un "carré -lapin". Le rectangle d'origine a pour dimensions 6 unités sur 13 et il contient donc 78 cases (c'est-à-dire 78 lapins entiers).

Pour la découpe :

AB = 1 et AI = 5 ; EH = JF =DG =5

et JD = DE =3





Explication :

La base CD du petit trapèze CDGF semble être égale à 1 (juste le côté d'un carreau, comme AB). Mais non ! En fait c'est un tout petit peu plus (environ 1,08), car il y a un petit bout d'oreille du lapin à côté !

Une fois réarrangé, le nouveau rectangle est un tout petit peu plus large et recouvre 79 cases.

L'unité supplémentaire, la 79^{e}, c'est le "trou". Le 78^{e} lapin est "réparti" sur la "surépaisseur", (que l'on a exagérée en en faisant une bande grisée sur la figure).

Plus précisément:

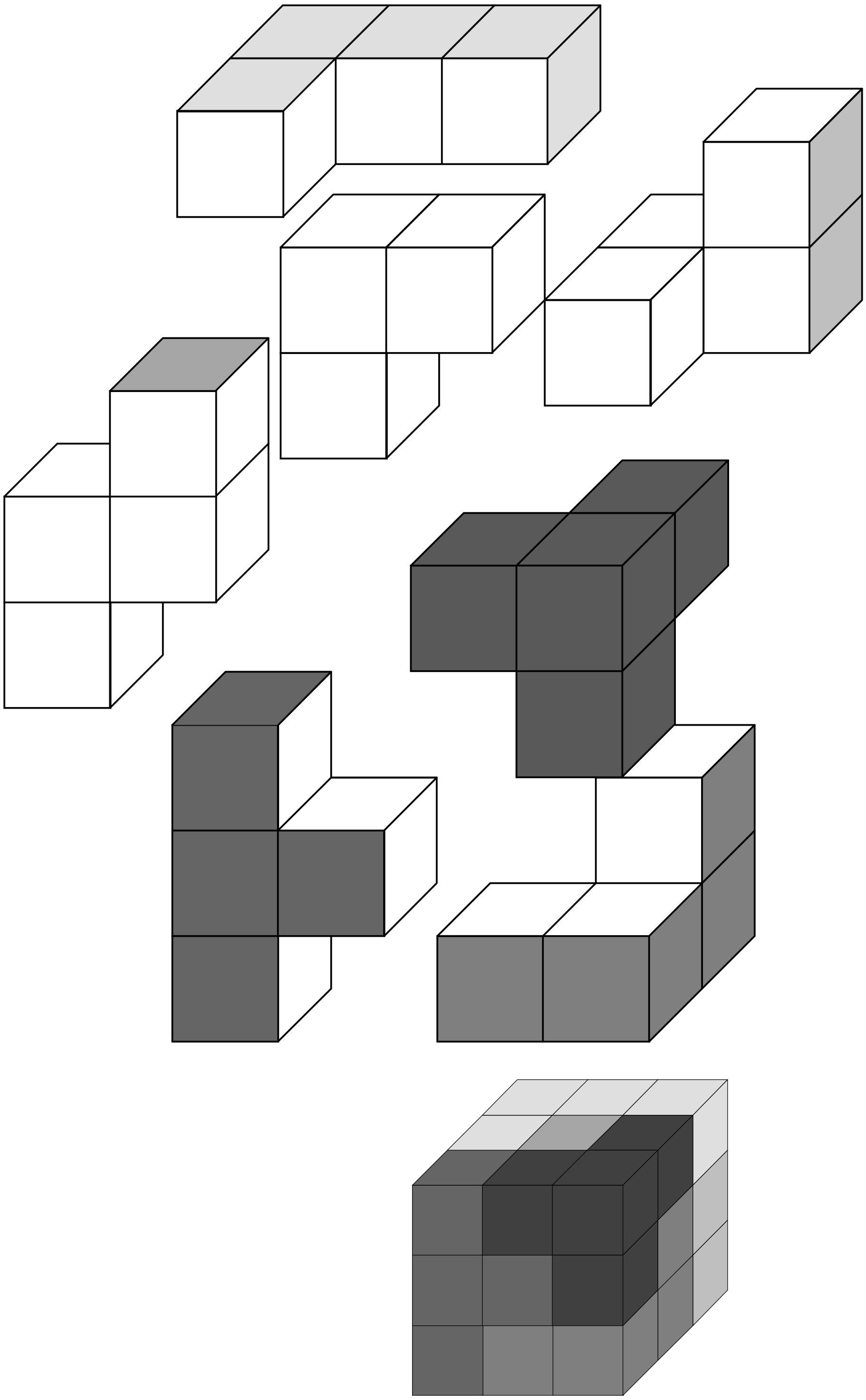
D' après le théorème de Thalès $\frac{JC}{AI} = \frac{JF}{FI}$ d'où JC = $\frac{25}{13}$ et donc CD =3 - JC =$\frac{14}{13}$ (environ 1,08 et non pas1 ! Tout est là.

Le nouveau rectangle a en fait comme dimensions 13 unités pour la longueur (inchangée) et $\frac{79}{13}$ (5 + $\frac{14}{13}$) pour la largeur.

L'aire de ce rectangle est donc de 79 (13 x $\frac{79}{13}$). Il contient 77 lapins entiers et une case vide. La case vide correspond à l'unité d' aire supplémentaire (la 79^{e}). Et le 78^{e} lapin ? Il est "réparti" sur la "surépaisseur" (que l'on a exagérée en en faisant une bande grisée sur la figure) qui a pour aire 1 unité (13x$\frac{1}{13}$), $\frac{1}{13}$ représentant la différence CD - AB.

LE CUBE SOMA

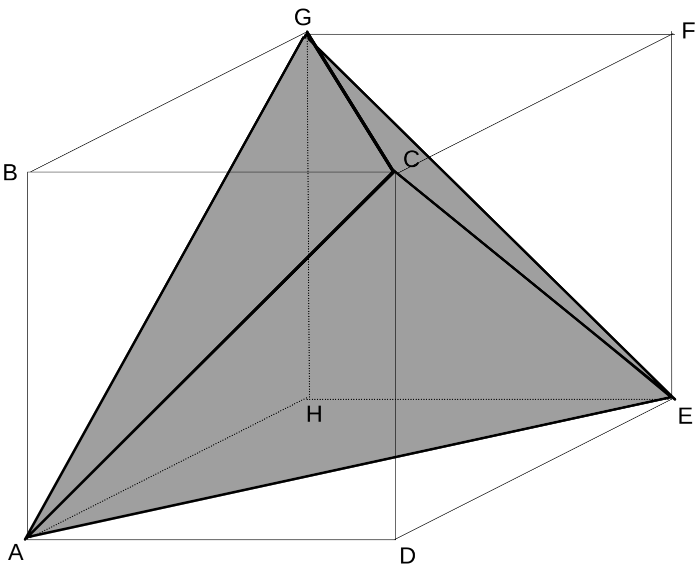
Conway et Guy (Cambridge) ont trouvé qu'il y avait 480 solutions distinctes, sans compter celles obtenues par rotation de l' ensemble. En voici une:

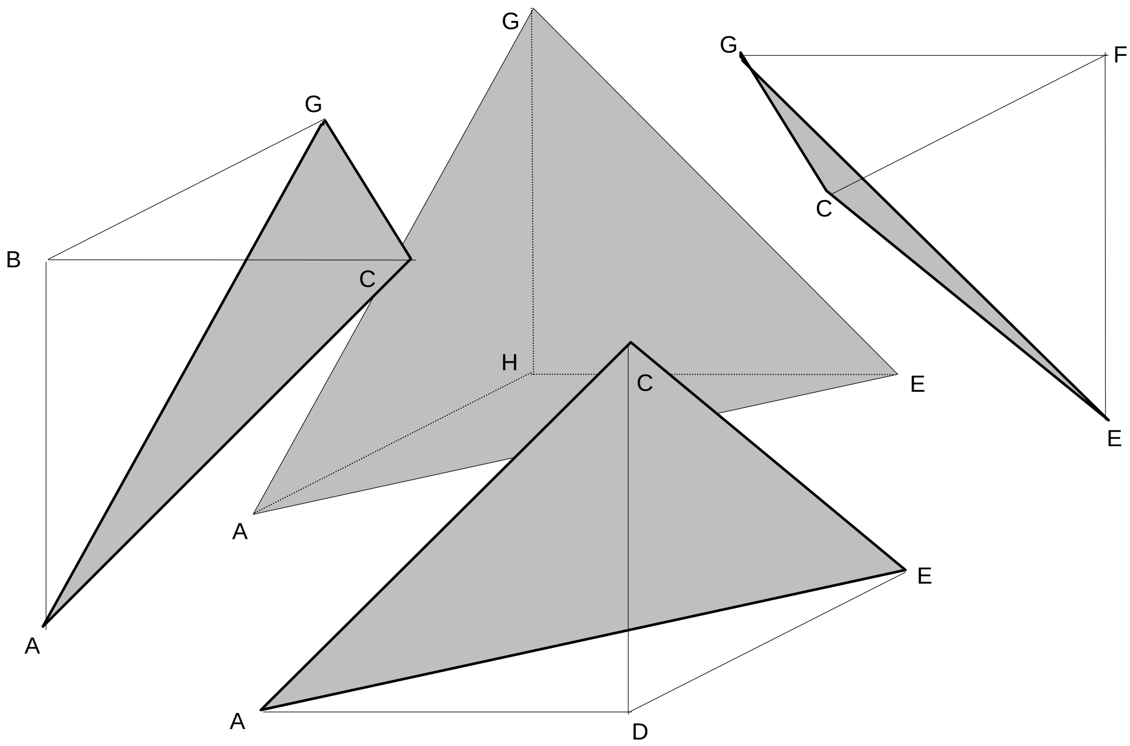


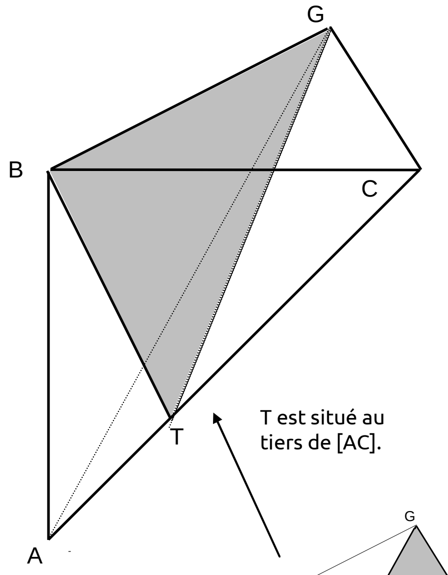
NEUF TÉTRAÈDRES POUR UN CUBE.

On a coupé les quatre "coins" du cube ABCDEFGH. Il reste la "grande" pyramide centrale ACEG.

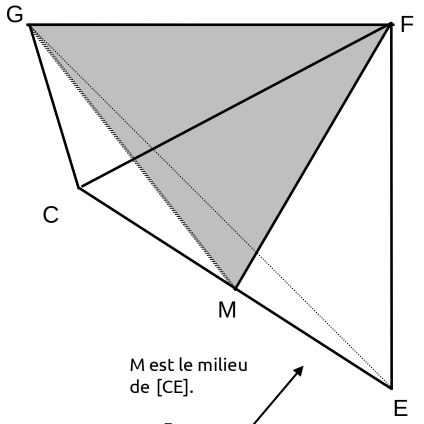
* Le "coin" HGEA reste intact.
* Les "coins" ABCG sont coupés chacun en deux pyramides (voir schéma).
* Le "coin" ADEC, lui, est coupé en trois pyramides identiques, les plans de coupe "passant" par la hauteur [DO], O étant le centre de la face AEC



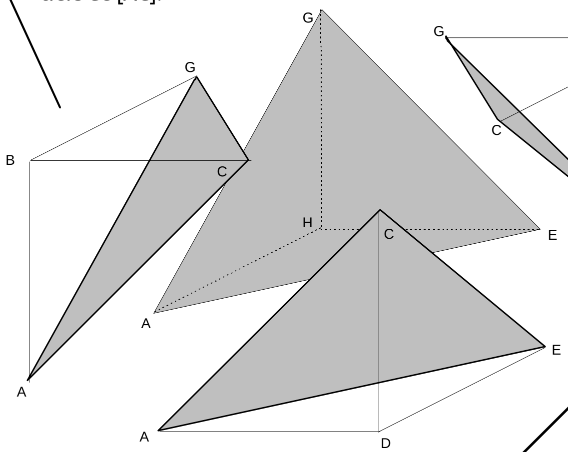


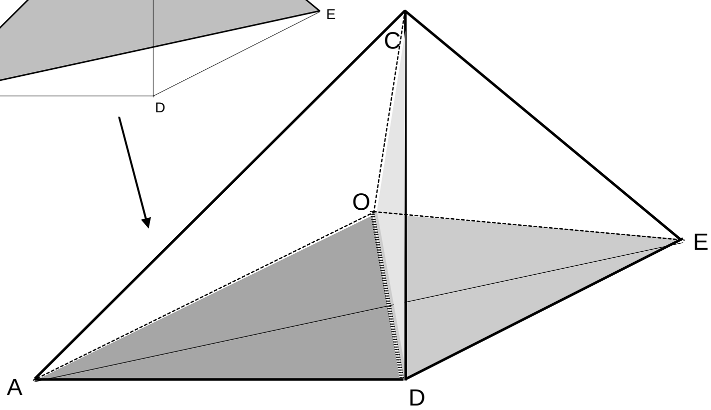


T est situé au
tiers de [AC].

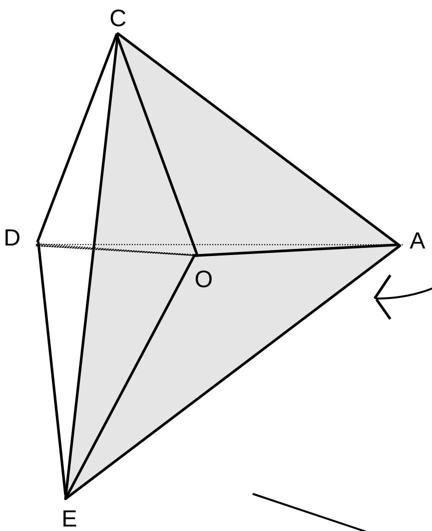


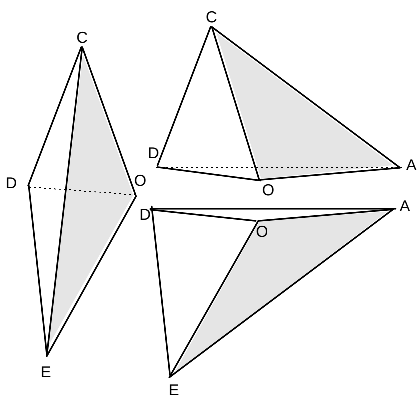
M est le milieu
de [CE].





Tout en laissant le "coin" posé
sur sa base ADE, le faire pivoter
pour avoir la face ACE vers soi.





ATELIER n°4

Figures magiques.

Contenu :

Les carrés magiques, bien connus, sont un cas particulier de *figures magiques*, ensembles finis de points reliés par des lignes. On place sur ces points des nombres de telle sorte que la somme le long de chaque ligne soit constante. Avec usuellement la condition supplémentaire (mais ce n'est pas obligatoire) que les nombres soient des entiers *consécutifs*, le plus souvent de 1 à n, n étant le nombre de points de la figure.

Pour aller plus loin:

- Les carrés latins. Les carrés gréco-latins. Les carrés magiques.
- Géométries finies et carrés gréco-latins.
- Carrés, triangles bi-magiques, tri-magiques (Tangente n° 27 Le Petit Archimède n° 73 - 74)
- Applications pratiques des carrés magiques: conception d'expérimentations en biologie, agronomie, sociologie, études de marchés, codes correcteurs d'erreurs, problèmes d'emploi du temps.

Références (entre autres ...) **:**

Figures magiques en général, de nombreux exemples dans
Maths et malices
Le Jeune Archimède
Tangente n°27

Carrés magiques remarquables :
Jeux du Kangourou des collèges 1995, Editions ACL
"Pythagore", Collection Maths pour tous, vol 3, Editions ACL

Carrés gréco-latins, carrés magiques (généralités, construction) :
Le Petit Archimède n°62-63, 84-85, 90, 91-92,93-94
Tangente n°20
Martin Gardner, "Nouveaux divertissements mathématiques", DUNOD
"Les carrés magiques", publication n°10 de l'APMEP

Solutions :

Figure magique n°1 :

Soit S la somme sur chaque ligne. On démontre que nécessairement S=26.

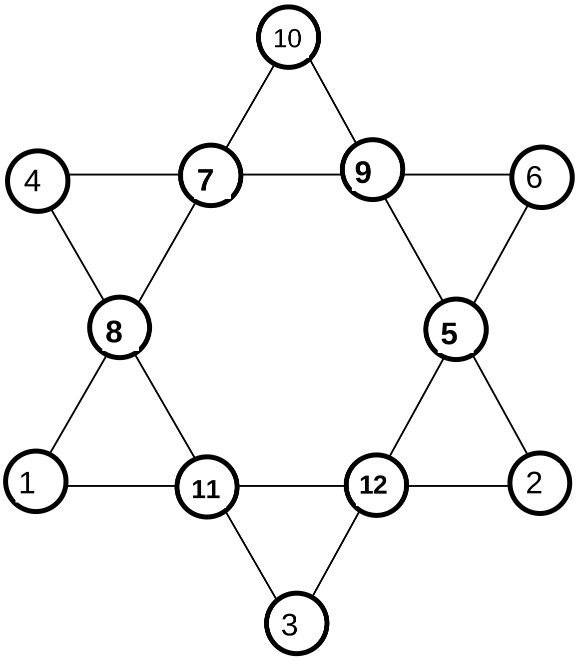
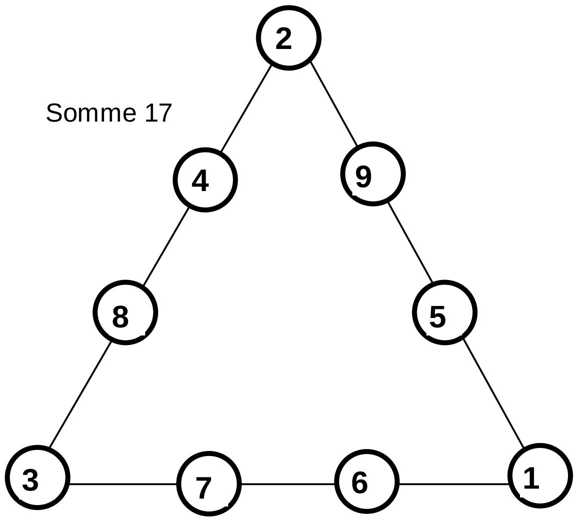


Figure magique n°2

Somme 17



Somme 20

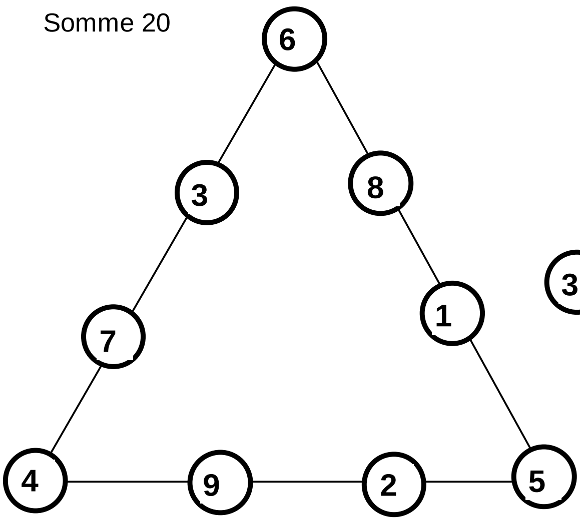


Figure magique n°3

Nécessairement le 5 est au centre de l' étoile.

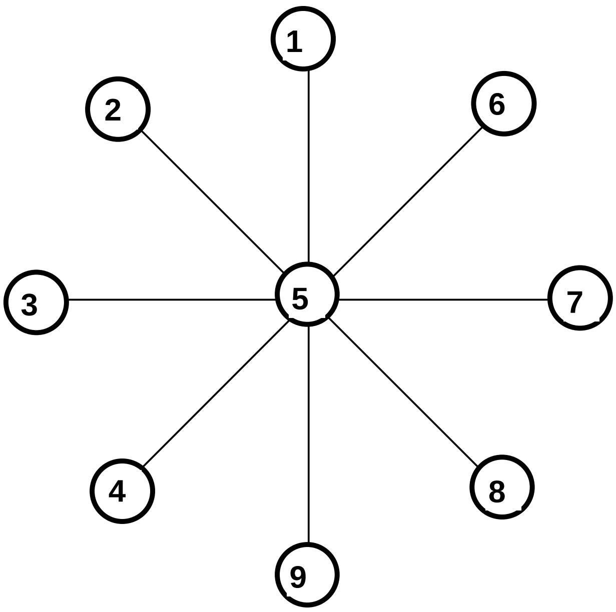


Figure magique n°4

Il y a 332 solutions distinctes, sans compter celles obtenues à partir de celles-ci par rotation et par symétrie, ce qui en fait 332 x 12 = 3984 au total.

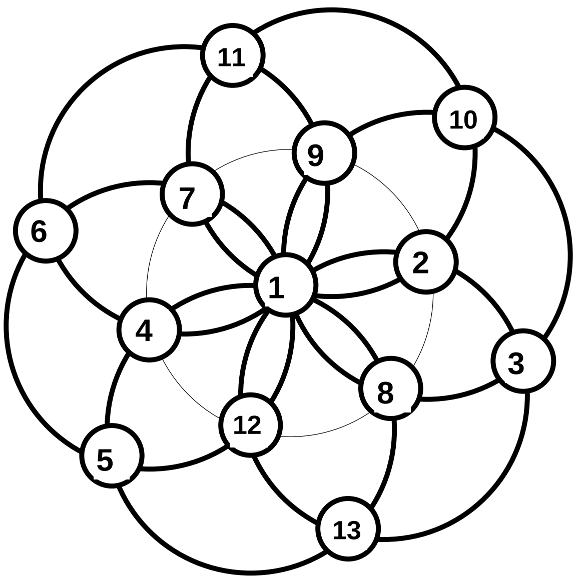


Figure magique n° 5

5	6	**12**	18	24
13	**19**	25	**1**	7
21	2	8	**14**	20
9	15	16	22	3
17	**23**	**4**	10	**11**

ATELIER n°5

Jeux d'allumettes.

Références (entre autres ....) **:**

De nombreuses revues proposent des jeux d'allumettes. Citons:

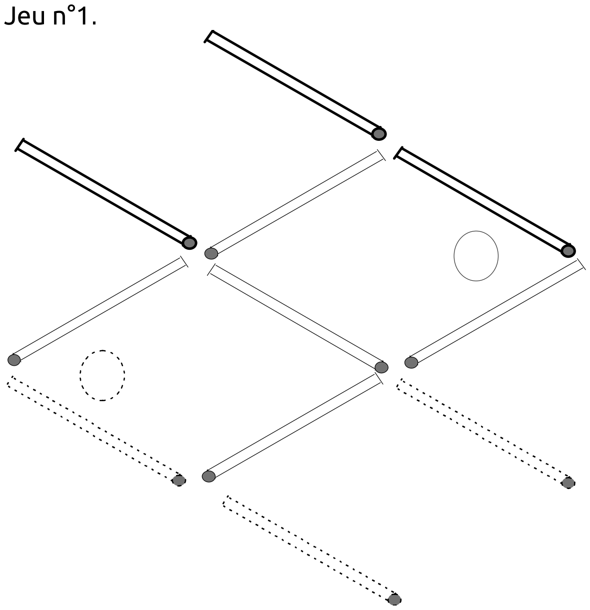
Le Jeune Archimède
Maths et malices
Jouer Jeux Mathématiques (en particulier le n° 9)

Voir aussi :

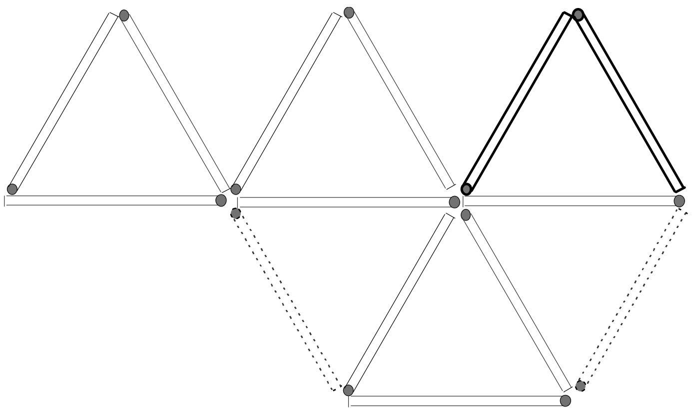
"La géométrie des allumettes", article dans Jouer Jeux Mathématiques n°17
Martin Gardner, "Jeux du Scientific American", Editions CEDIC (référence donnée dans JJM n° 17).

Solutions:

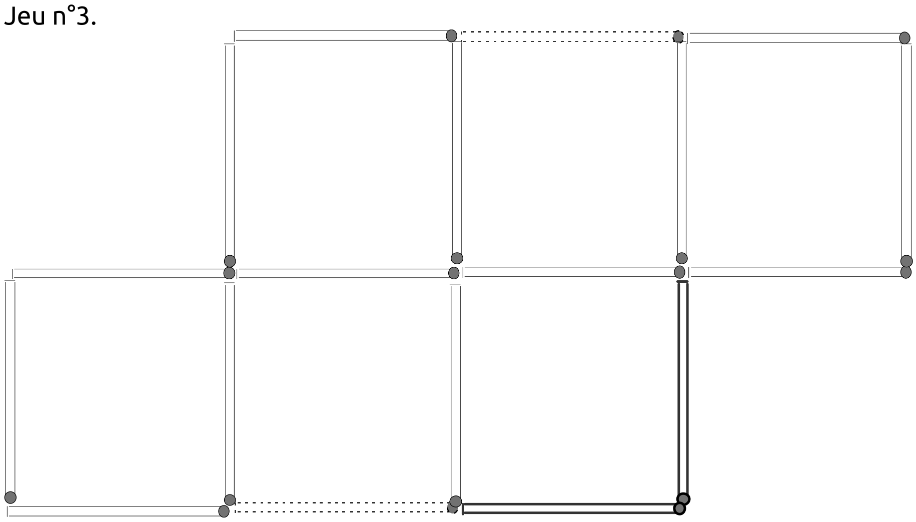
Jeu n°1.



Jeu n°2.

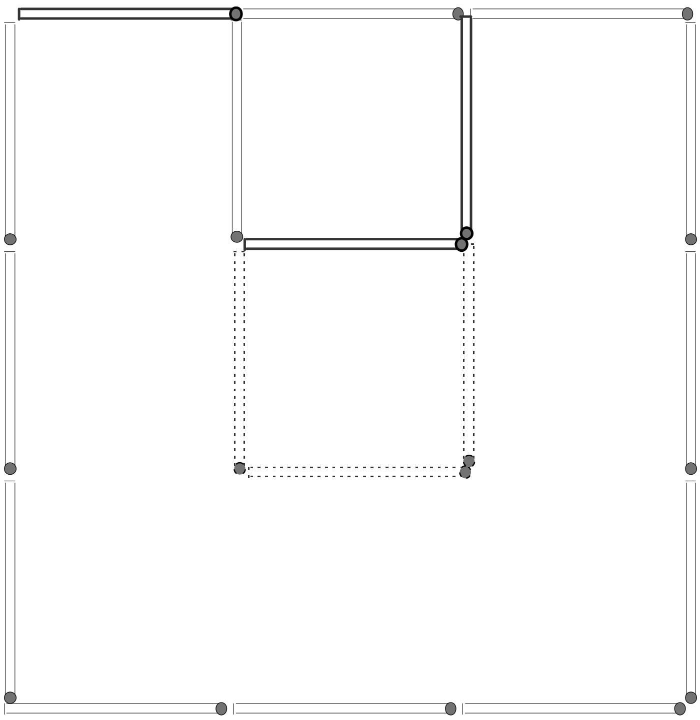


Jeu n°3.

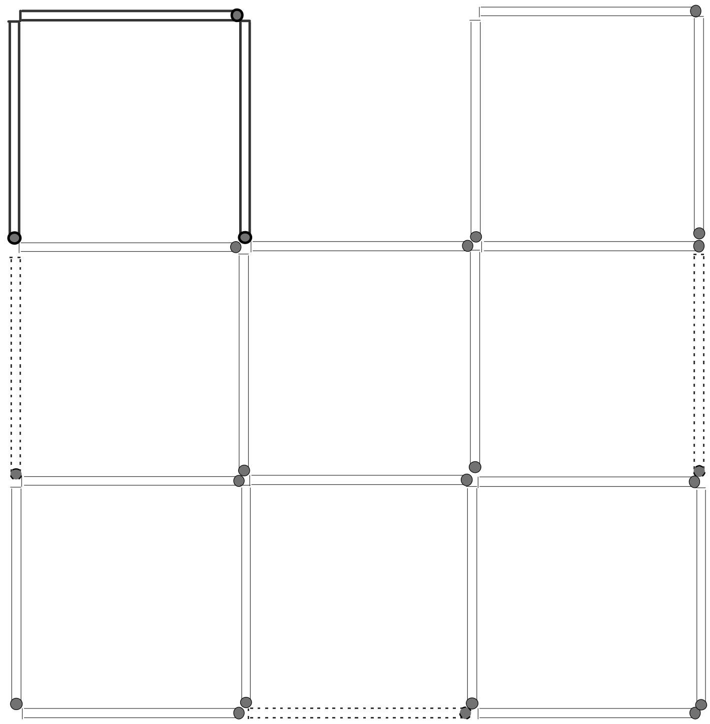


Pour la deuxième partie, penser à "passer" dans l'espace: avec 12 allumettes on peut faire un cube qui a 6 faces carrées.

Jeu n°4.



Jeu n°5.



ATELIER n°7

Rubans de Möbius et graphes.

Contenu:

Topologie: graphes et surfaces de Möbius.

Les graphes:

Chacune des situations des jeux n°1 à 4 peut être modélisée par un schéma plus simple : un graphe.

Un graphe est un ensemble de points (les sommets) et d'arêtes les reliant. Ici tous les graphes sont "d'un seul tenant" (ie connexes). Le jeu consiste en la recherche de chemins "eulériens" : un chemin est eulérien lorsqu' il permet de redessiner tout le graphe sans lever le crayon et sans repasser sur une ligne déjà tracée (le chemin passe une fois et une seule par chaque arête).

Les surfaces de Möbius.

Grâce au système à velcro on peut fabriquer un ruban de Möbius à un demi-tour. On comptera le nombre de faces, de bords des anneaux ainsi obtenus. On pourra aussi chercher si les bords sont noués, sont entrelacés. Grâce aux fermetures à glissière, on pourra expérimenter la découpe d'un ruban, de Möbius selon une ligne centrale médiane ou selon une ligne située au tiers de la largeur à partir d' un des bords. Résultats surprenants garantis !

Pour aller plus loin:

Les graphes :

De nombreuses applications :
- théorie des jeux ;
- théorème des quatre couleurs ;
- recherche opérationnelle (problèmes de flux, par exemple la distribution du courant dans un réseau) ;
- problème du voyageur de commerce (qui n'a pas reçu de solution générale) ;
- problèmes d'ordonnancement des tâches lors du déroulement de travaux (méthode PERT - Program Evaluation Research Task).

Les surfaces de Möbius :
- anneau de Moebius à 2, 3,..... n demi-tours (avec du papier quand n augmente) ;
- découpe au 1/4, 1/5,....de la largeur (avec du papier également) ;
- anneau de Möbius double ;
- orientation d'un ruban de Möbius, surfaces non orientables ;
- bouteille de Klein.

Références (entre autres ...) :

Les graphes :

Maths et malices n°4
Le Jeune Archimède
Tangente n°21
Jouer Jeux Mathématiques n°7, 8, 9 (n°7 assez complet sur le sujet et très accessible)
Ian Stewart, "Visions géométriques", Bibliothèque Pour la Science, BELIN, chapitre 15

Les surfaces de Moebius:

Tangente n°23
Maths et malices n°10
Le Petit Archimède n°91-92
Cundy et Rollett, "Modèles mathématiques", Editions CEDIC
Nicholas Falletta, "Le livre des paradoxes", BELFOND
E.P.Northtrop, "Fantaisies et paradoxes mathématiques", DUNOD
J.P. Petit, "Le Géométricon" (bande dessinée), BELIN
"Les Mathématiques aujourd'hui", Bibliothèque Pour la Science, BELIN

Solutions:

Les graphes:

Si on veut interpréter en termes de graphes les jeux, on a la correspondance suivante :

	La ronde de nuit	La tournée du facteur	Dessins	Roméo et Juliette
Sommets	pièces, jardin	carrefours	intersections de lignes	îles, rives
Arêtes	portes	rues	arcs	ponts

La ronde du gardien, la tournée du facteur, les dessins réalisables à la paresseuse, le parcours de Juliette sont des chemins eulériens (cf le paragraphe "Contenu").

Comment savoir si un chemin eulérien existe? On regarde chaque sommet et on compte le nombre d'arêtes qui y aboutissent (ce qu'on appelle le degré du sommet).

Pour un sommet "pair", le chemin pourra y entrer autant de fois qu'il en sort. Pas de difficulté.

Pour un sommet "impair", le chemin ne peut y entrer autant de fois qu'il en sort. Un tel sommet ne peut être pris que comme point de départ ou d'arrivée du chemin. Il y a donc au maximum deux sommets de degré impair.

D'où la règle :

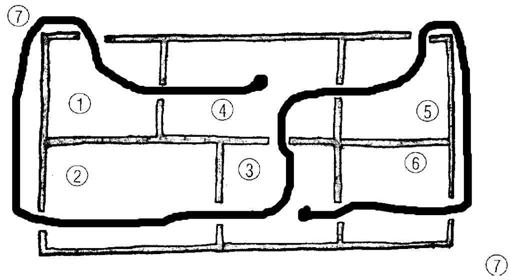
Un chemin eulérien existe (dans un graphe "d'un seul tenant") si et seulement si tous les sommets, sauf éventuellement deux, sont de degré pair.

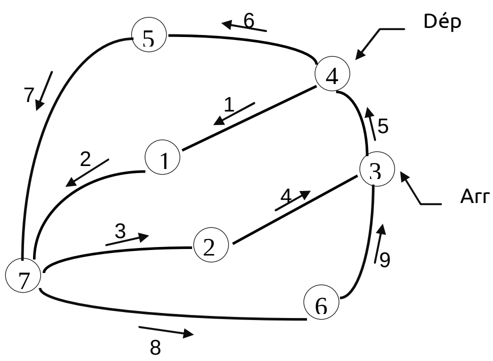
Si tous les sommets sont de degré pair, les chemins sont fermés (ils reviennent au point de départ, qui peut être n' importe quel sommet).

S'il y a deux sommets de degré impair, les chemins sont ouverts : ils partent de l'un de ces deux sommets et aboutissent à l'autre.

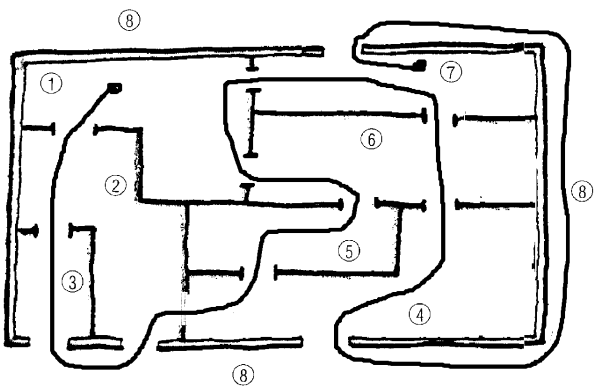
LA RONDE DE NUIT.

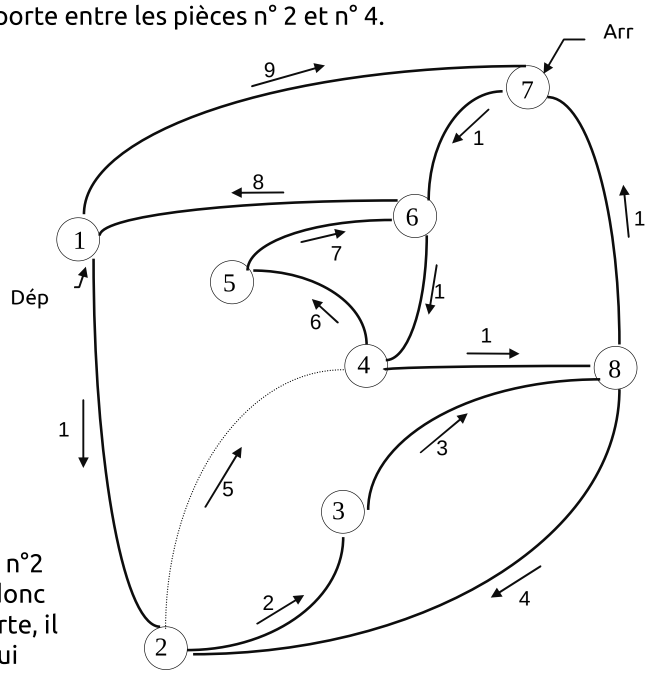
Maison n° 1.
Une des solutions possibles (les pièces de départ et d'arrivée sont nécessairement la n°3 ou la n°4) :





Maison n° 2
Une solution possible, à la condition d'ajouter une porte entre les pièces n° 2 et n° 4.

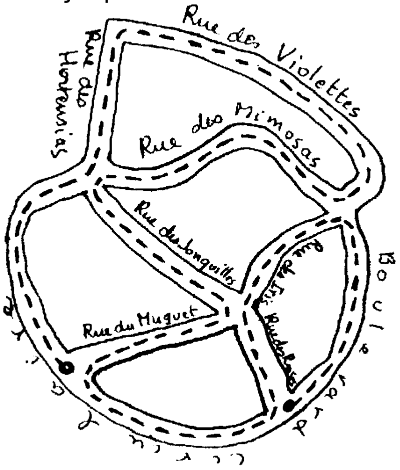


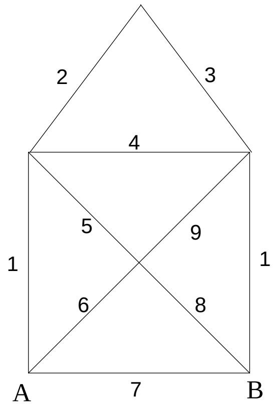


Avant le percement de la porte entre les pièces n°2 et n°4, il y a quatre sommets impairs (2, 4, 7 et 1), donc pas de parcours possible. Après l'ajout de cette porte, il ne reste plus que deux sommets impairs (7 et 1), qui seront les extrémités de tous les parcours possibles.

La tournée du facteur

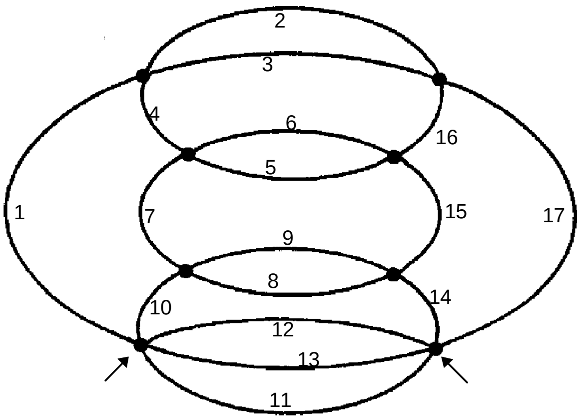
•
Un trajet possible:





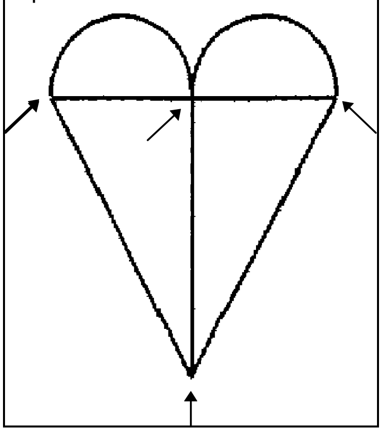
Deux sommets de degré impair : A et B, qui sont nécessairement les extrémités des parcours.

Une solution:



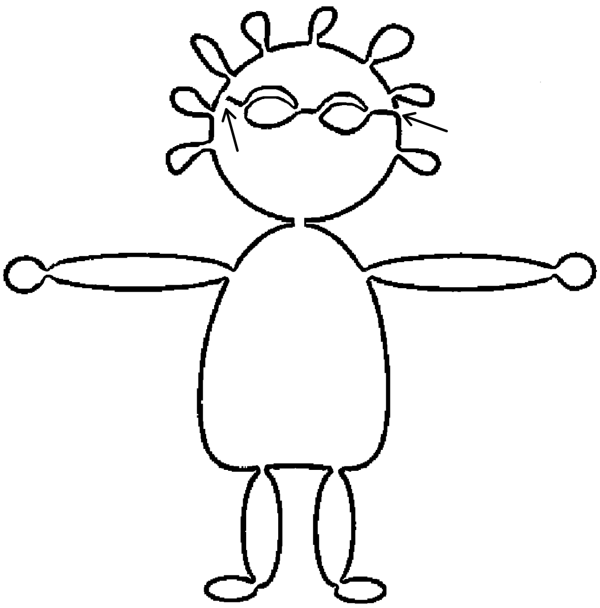
Les flèches indiquent les points qui doivent être pris comme extrémités.

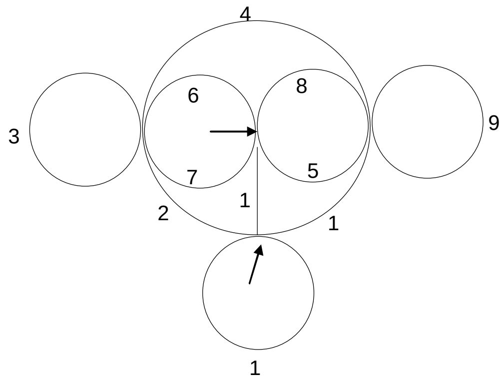
Pas de parcours possible, car il y a plus de deux sommets d' ordre impair:



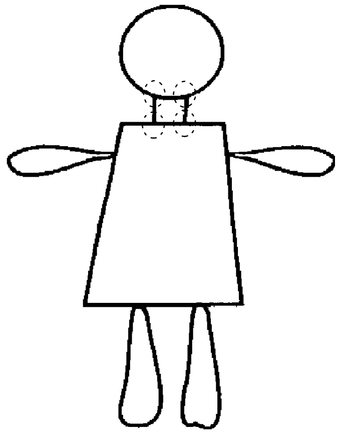
DESSINS À LA PARESSEUSE.

Tous les tracés ont pour extrémités les points marqués par une flèche. Voici une possibilité pour chaque dessin :



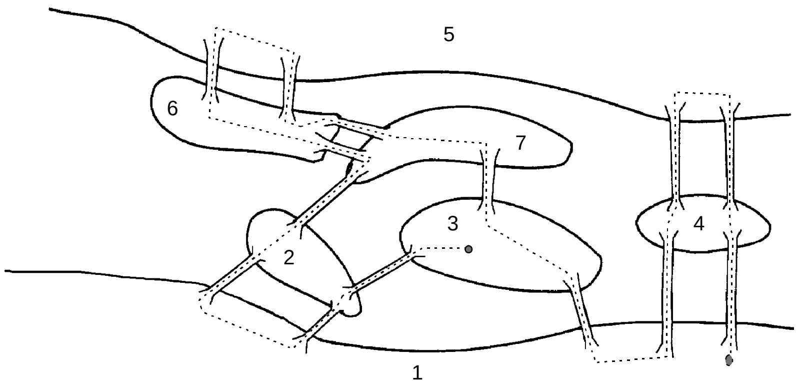


Pour l'autre poupée, c'est impossible car il y a quatre sommets de degré impair:

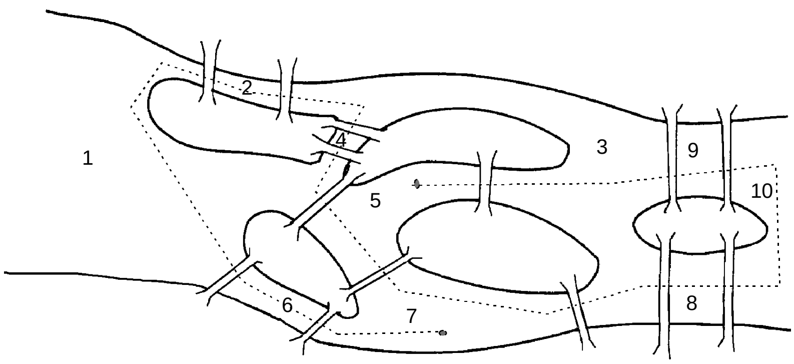


ROMÉO ET JULIETTE

Le jogging de Juliette.
Le graphe est (presque) apparent sur le dessin: les sommets sont les deux rives (1 et 5) et les cinq îles. Les arcs sont les ponts. Il y a deux sommets de degré impair : île n°3 (3 ponts) et rive n° 1 (5 ponts). Ils seront donc les extrémités de tout trajet eulérien. Le dessin montre un parcours possible ; c'est d'ailleurs un exemple de trajet qui ne se recoupe pas.



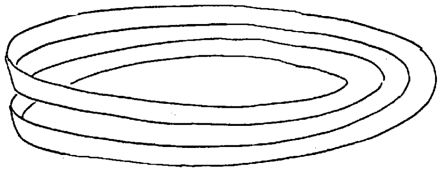
Roméo.
Le trajet de Roméo, lui, est une *coupe* eulérienne (tracé continu dans le plan du graphe qui coupe une fois et une seule chaque arête -pour plus de détail voir JJM n°7). On numérote les zones de la rivière et on compte le nombre de ponts qui les bordent. Les zones n°5 et n°7 sont bordées par un nombre impair de ponts. Elles seront donc les points de départ et d'arrivée de tout parcours répondant à la condition énoncée. Voici un parcours possible, qui, de plus, a la particularité de ne pas se recouper.

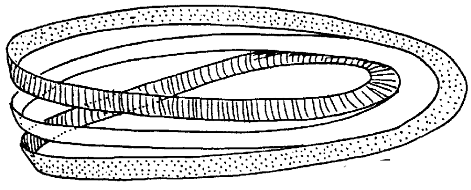


LE RUBAN DE MÖBIUS.

Si on recolle le velcro après avoir fait subir un demi-tour à une extrémité de la bande, on obtient un "ruban de Möbius". Il n'a qu'une seule face et un seul bord.

Si on le coupe suivant la ligne centrale, on obtient ... un seul anneau. Si on le coupe suivant une ligne située au tiers de la largeur à partir du bord, on obtient un ruban central semblable à l'ancien et un deuxième anneau, deux fois plus long !





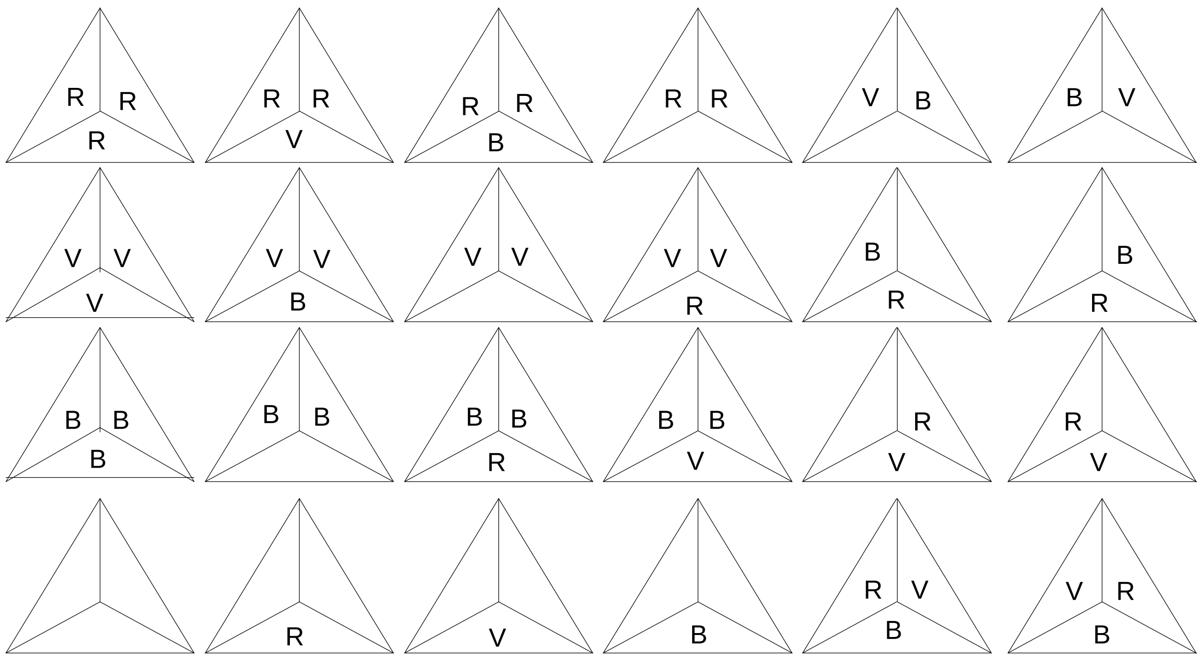
ATELIER n°8

Triminos.

Contenu:

Jeu de juxtaposition se composant de 24 triangles équilatéraux dont les côtés portent l'une des quatre couleurs jaune, rouge, vert, bleu (les triminos).

Les pièces ne sont pas retournables, on a donc 24 pièces toutes différentes, dont voici un classement logique:

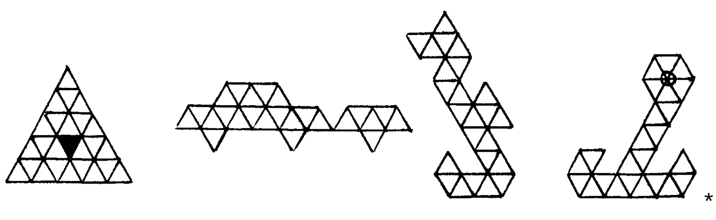


Règle du jeu:

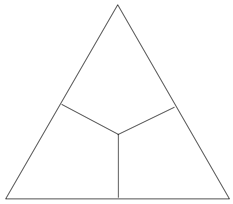
- Deux triangles peuvent être juxtaposés si les côtés accolés sont de la même couleur;
- Avec ces 24 pièces peut-on former un hexagone de côté 2 (l'unité étant le côté d'un triangle) ?
- Avec ces 24 pièces peut-on former un parallélogramme de dimensions 3 sur 4 ?
- On peut ajouter comme règle supplémentaire que le pourtour de la figure soit d'une seule couleur.

Pour aller plus loin:

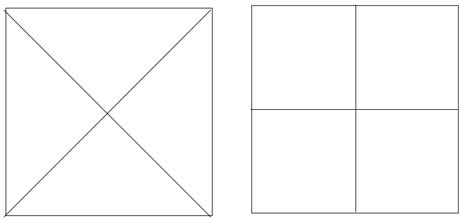
- Avec les triminos, on peut chercher à former d'autres figures comme :



- Le Trioker : mêmes règles que les triminos, mais ce sont les sommets qui sont colorés (les sommets mis en contact doivent être de la même couleur).



- Les quadriminos

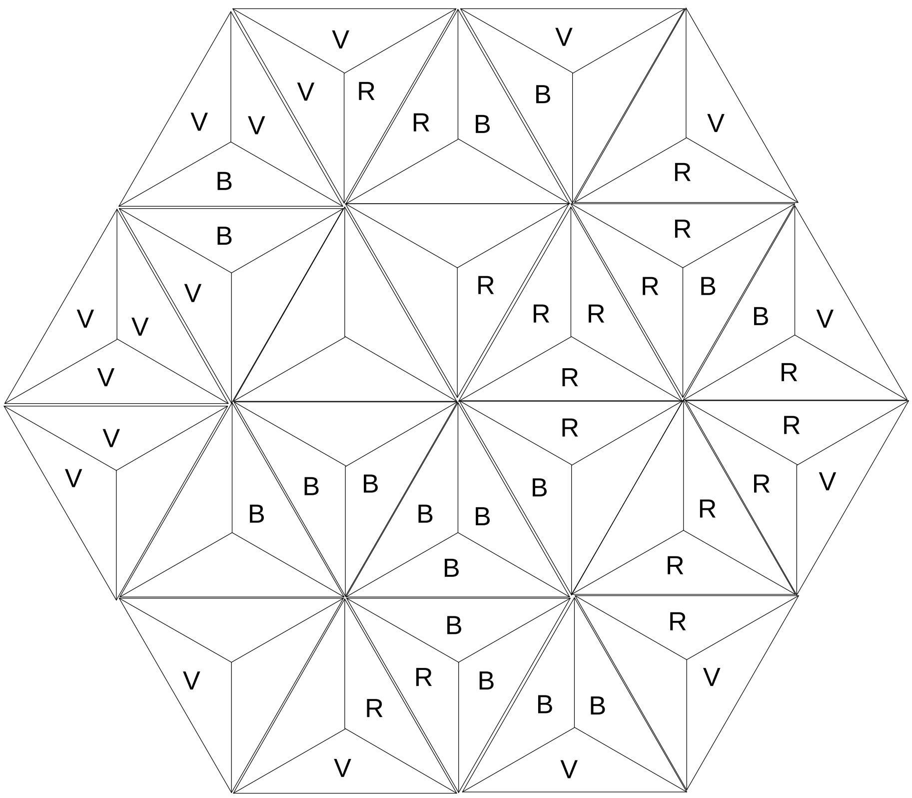


Références (entre autres ...) :

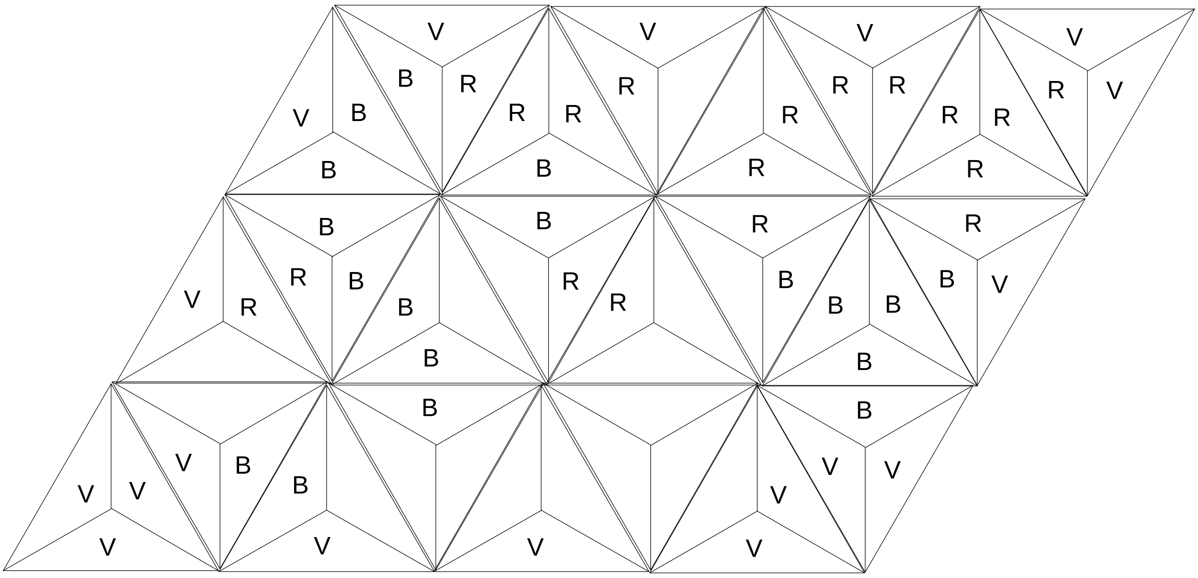
Jeux 1, publication APMEP n°44
Odier et Roussel, "Surprenants triangles", Collection Les Distracts, n°1, Editions CEDIC
Le Petit Archimède (toute une série d'articles sur le trioker -jeux et solutions-)

Solutions :

Une solution parmi toutes celles possibles:



Une solution possible est:

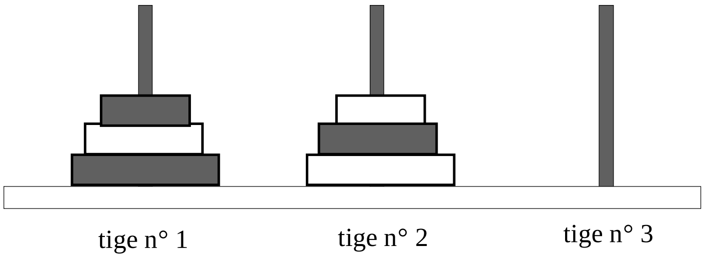


ATELIER n°9
Jeux de Hanoï.

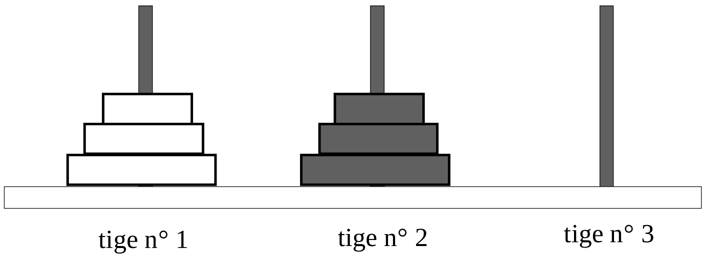
Contenu:

Les tours de Hanoï bicolores:

Situation de départ:



Situation d' arrivée:



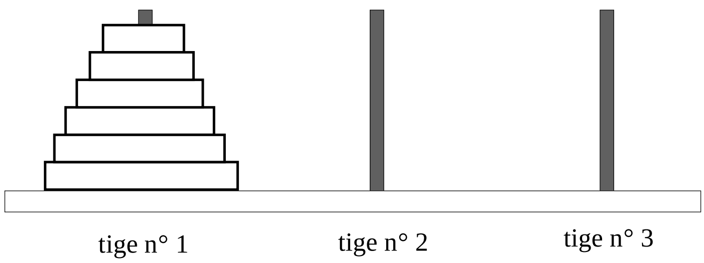
Il s' agit de passer de la situation de départ à celle d' arrivée en un minimum de coups,en utilisant si besoin la tige supplémentaire, mais en respectant la règle suivante :

On ne peut déplacer qu'**un** disque à la fois, sans jamais le poser sur un disque de plus petit diamètre (par contre on peut le poser sur un de même diamètre).

Pour aller plus loin:

Tour de Hanoï bicolore : modifier l'état initial et final des deux tours ; faire des tours de 4 rondelles, 5 rondelles, etc.

Le jeu classique des tours de Hanoï, monocolores



Faire passer la tour de n disques de la tige n° 1 à la tige n° 3, en ne déplaçant qu'un seul disque à la fois, en utilisant la tour intermédiaire n° 2, de telle sorte qu' à aucun moment un disque ne soit sur un disque plus petit.

Programmer ces jeux sur ordinateur.

Références (entre autres ....) :

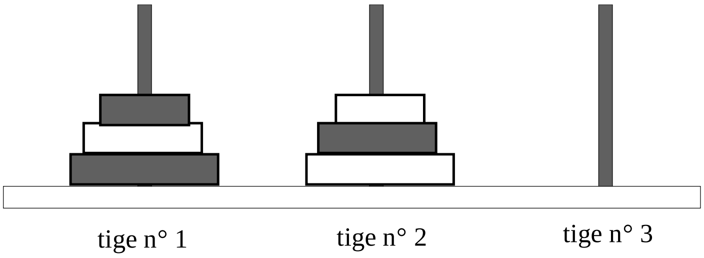
Informatique et jeu de Hanoï classique:
Le Beux et Tavernier, "Le Pascal par la pratique", éditions SYBEX

Solutions:

Les tours de Hanoï bicolores:

Remarque: 99,99% des joueurs qui prétendent obtenir la solution en moins de 10 secondes ont " juste oublié" qu'il faut aussi déplacer les rondelles de base des tours et les intervertir !

Tour de Hanoï Bicolore.



Codage de la solution: <1-3> signifie "prendre **le** disque qui est au sommet de la pile de la tige n° 1 et le déposer sur la pile de la tige n° 3".

Minimum de coups: 29. (Solution connue à ce jour. Si vous trouvez moins, contactez-nous ou faites-vous connaître auprès de la FFJM).
Une solution possible en 29 coups est :
<1-3> ; <2-3> ; <2-1> ; <3-1> ; <3-1> ; <2-3> ; <1-3> ; <1-3> ; <1-2> ; <1-2> ;
<3-1> ; <3-1> ; <2-3> ; <2-3> ; <1-3> ; <1-3> ; <1-2> ; <3-1> ; <3-1> ; <3-2>;
<3-2> ; <1-2> ; <1-2> ; <3-1> ; <2-3> ; <2-3> ; <2-1> ; <3-2> ; <3-1> ;

ATELIER n°10
Enigmes logiques.

Contenu:

Petits problèmes logiques facilement résolubles grâce à des manipulations.
Le tapis en patchwork : résultat esthétique ! Facilité par l'utilisation de permutations.

La classe: se résout facilement par l'utilisation d'un tableau à double entrée.

L'énigme du zèbre : version simplifiée d'un "classique", que les anglo-saxons aiment résoudre grâce à un "tableau d'associations". (Pour le fonctionnement d'un tel tableau, voir Maths et malices n° 8 p 13).
Ici, l'utilisation des maisons et des barrettes fournies avec le jeu permet de matérialiser un tableau (voir corrigé) plus simple que le tableau d'associations.

Références (entre autres ....) :

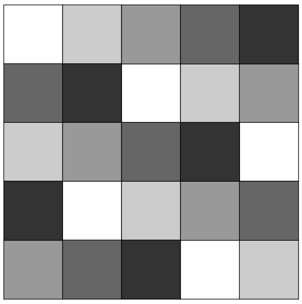
D'une façon générale, tous les livres et revues de jeux mathématiques proposent des énigmes logiques variées, des plus simples aux plus ardues.
Citons:
Jouer Jeux Mathématiques (certaines énigmes sous forme de BD dans les n° 6, 8, 11).
Tangente n° 31 (énigmes résolubles par tableau comme "La classe").
Maths et malices n° 8 (où on trouve le principe du tableau d'associations).
Les pages jeux des revues scientifiques.

Pour les accros de la logique:
Raymond Smullyan, "Le livre qui rend fou", DUNOD
Raymond Smullyan, "Ça y est, je suis fou", DUNOD

Solutions:

Le tapis en patchwork.

Une solution est :



La classe.

	Gilles	**Mireille**	**Paula**	**Serge**
Jenny	oui	non	non	non
Tommy	non	oui	non	non
Willy	non	non	non	oui
Kathy	non	non	oui	non

L'indice dont on peut se passer est le deuxième ("Serge surveille la classe de Tommy quand l'enseignant(e) de cette classe s'absente").

Le zèbre.

Jaune	Bleu	Rouge	Vert
Norvégien	Ukrainien	Anglais	Japonais
Renard	Cheval	Escargots	**Zèbre**
Eau	Thé	Lait	Café

Annexe 1 :
Extrait d'un article de la brochure APMEP n°44 : JEUX 1, Les jeux et les mathématiques (page 157).

LE JEU DANS LA CLASSE

(Comptes rendus d'expériences)

Jouer dans la classe ! N' est-ce pas un paradoxe?

A l'heure où, dans toutes les disciplines, des professeurs s'efforcent de faire un enseignement plus vivant et de mettre les élèves en situation d'activité, à l'heure où des professeurs de mathématiques poursuivent le même but, démystifiant les mathématiques pures, dures, désincarnées et font de cette discipline un jeu, il nous semble que le jeu peut être un des moyens de renouvellement pédagogique.

Ce n'est pas une panacée. Notre but dans cet article n'est pas de fournir aux enseignants de mathématique une recette au succès garanti. Nous voulons simplement, en faisant part de nos expériences et de nos travaux utilisant des jeux, rendre accessible à nos collègues un domaine finalement très difficile. Cette terre mal connue et très souvent non défrichée nous paraît riche de promesses.

Le jeu, le jeu mathématique, mérite mieux que la dernière heure du trimestre. Il a ses lettres de noblesse : il a été à l'origine de l'étude des probabilités et de bien des recherches sur les nombres. Certains énoncés récemment mis au point ont d' abord été des "curiosités mathématiques" (par exemple, le théorème des quatre couleurs concernant la coloration des cartes de géographie). En plus de ses vertus ludiques, le jeu, tout en nous divertissant, nous conduit à la réflexion et au raisonnement et c'est dans l' ensemble de cette démarche que nous cherchons à accompagner nos élèves.

Le jeu permet de concrétiser des êtres mathématiques:

- droites du plan ou de l'espace (Sogo, Puissance 4, Stéréo 4);
- couples, paires, triplets (Dominos, Trioker, Trimino, Triminal);
- isométries du plan ou de l'espace (Pavages, Cube Soma);
- longueurs et angles (Théon, Tangram).

Le jeu conduit très souvent à l'utilisation de concepts et de méthodes mathématiques: manipulation de tableaux, d'arbres, de dénombrements. Il constitue parfois une concrétisation presque parfaite d'un raisonnement (telle la récurrence grâce aux tours de Hanoï) et dans tous les cas un merveilleux terrain où s'exerce la logique. Le jeu, d'autre part impose cet esprit de recherche qui manque tant à nos élèves. Il leur permet d'échafauder de riches constructions. Il laisse la place à l'imagination et les mène parfois jusqu'aux frontières de l'art (pavages, frises et rosaces évolutives).