

☞ Guyane et La Réunion juin 1939 ☞
série mathématiques

I. - 1^{er} sujet.

Démontrer que si un polynôme $f(x)$ est séparément divisible par $(x-a)$, $(x-b)$, $(x-c)$, il est divisible par le produit

$$(x-a)(x-b)(x-c) \quad a \neq b, \neq c.$$

Application : soit le polynôme

$$f(x) = 2x^3 + (6p+1)x^2 + (3p-15)x - 45p.$$

Démontrer que $f(x)$ est divisible par $x+3$.

Choisir p pour que $f(x)$ soit divisible par $x-6$. Dans ce cas, décomposer $f(x)$ en produit de facteurs.

I. - 2^e sujet.

Définition de la dérivée d'une fonction.

Signification géométrique de la dérivée.

Etablir les formules permettant de dériver $y = \sqrt{u}$ et $z = \cos u$ lorsque u est une fonction de x .

Application : calculer la dérivée de

$$y = \sqrt{3\cos^2 x - 2\cos x}.$$

I. - 3^e sujet.

Fonctions primitives : définition et exemples.

Utilisation des fonctions primitives pour le calcul d'une aire limitée par Ox , la courbe représentative d'une fonction continue $y = f(x)$ et deux parallèles à Oy .

Application : calculer les aires comprises entre Ox et la courbe représentative de

$$y = x^3 - 4x^2 + 3x.$$

II.

On envisage une droite orientée et sur cette droite trois points fixes dans l'ordre B, M, C.

On donne $BM = b$, $MC = c$ ($b > c > 0$).

Soit A un point quelconque du plan ; on joint A à B et A à C. On mène par M la parallèle à AB, qui coupe AC en Q.

1. Le point A étant variable, montrer que la diagonale PQ du parallélogramme APMQ passe par un point fixe I.
Calculer BI, CI, MI.

2. I étant supposé connu, construire le point M.

3. Soit O le centre du parallélogramme. Trouver le lieu de O lorsque A varie de manière que le rapport

$$\frac{AM}{PQ} = m$$

des diagonales soit constant.

4. Étudier le cas particulier où $m = 1$ et expliquer le résultat.
5. Toujours dans le cas où m est connu, trouver l'enveloppe de la médiatrice de MA . Montrer que c'est une conique dont on calculera l'excentricité.
Quelle valeur doit-on donner à m pour que cette conique soit une hyperbole équilatère?

N. B. - La question de cours sera notée sur 10 et le problème sur 20.