Baccalauréat Guyane juin 1947
série mathématiques

I. 1er SUJET

Démontrer que la condition nécessaire et suffisante, pour qu'il existe un triangle ABC ayant pour mesures de ses côtés trois nombres a, b, c positifs et admettant pour angle opposé au côté à l'angle A inférieur à deux droits, est que l'on ait la relation

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \mathrm{A}.$$

I. 2e SUJET

Définition de la dérivée d'une fonction $f(x)$ pour une valeur $x = x_0$ de la variable.
Énoncer des conditions suffisantes pour que le rapport de deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ de la variable x admette une dérivée pour la valeur $x = x_0$.
Établir la formule donnant cette dérivée.

I. 3e SUJET

Exposer la méthode générale utilisée pour déterminer l'intersection d'une droite (D) avec un plan (P) donné. Effectuer les constructions dans le cas où la droite (D) est verticale et le plan (P), quelconque, est défini par une horizontale et une frontale.
(Géométrie descriptive à deux plans de projection.)

II.

Par un point O pris dans un plan (P) on mène une droite OD dans le plan et la perpendiculaire ON en O au plan (P).
Ces deux droites sont supposées fixes dans tout ce qui suit.

1. On considère le cône (S) de révolution de sommet O, d'axe OD et dont le demi-angle au sommet est noté x.

   Déterminer la nature de la conique (H) section du cône (S) par le plan (Q) parallèle au plan (P) et coupant ON en O′ tel que $\mathrm{OO'} = h = c\sin x$, c désignant une longueur donnée et fixe.

   Quel est le lieu des foyers F et F′ de (H) quand, c restant fixe, x varie ?
2. M étant un point quelconque de (H), calculer la longueur $\mathrm{OM} = r$ en fonction de c et du cosinus de l'angle aigu y que fait avec ON le plan (R) passant par OD et M.

   En déduire que le lieu du point M, lorsque x varie, le plan (R) restant fixe, est un cercle (C) dont la projection orthogonale sur le plan (P) est une ellipse (E).

   Préciser la position des foyers G et G′ de (E).
3. Démontrer que la tangente MT en M à (H) est perpendiculaire à la tangente MT′ en M au cercle (C).
4. m désignant la projection orthogonale de M sur le plan (P) montrer que le produit des distances de G et G′ à la normale en m à (E) est égal à h^2 et en déduire que le dièdre d'arête MT et dont les faces passent respectivement par G et GI est droit.

N. B. - Cotation : cours, sur 10 ; problème, sur 20.