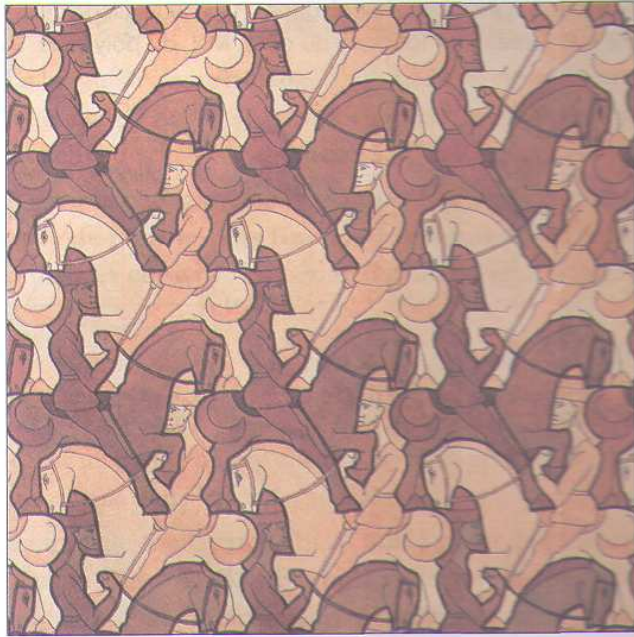


Exemples de pavages du plan

Si vous regardez une mosaïque ou certains papiers peints, vous pouvez remarquer que l'on recouvre toute une surface avec un même motif de façon à la remplir sans que les motifs se chevauchent. En somme, si vous reproduisez une partie du décor sur un calque, il vous suffit de déplacer ce calque par des translations successives pour remplir tout le plan.

M.C. Escher, graveur néerlandais décédé en 1972, fut fasciné par les mosaïques de l'Alhambra de Grenade, et réalisa ce qu'il appelle des « remplissages », qui firent sa renommée.



M. C. Escher.
Symmetry drawing E67.



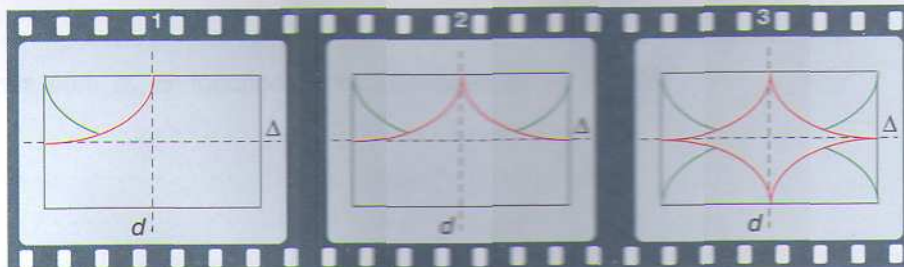
Ces problèmes de pavage du plan intéressent les mathématiciens car, au-delà de l'aspect esthétique, des problèmes délicats se posent, par exemple :

- quels sont les motifs à partir desquels on peut « remplir » le plan ?
- combien de procédés existe-t-il pour pouvoir « remplir » le plan à partir d'une partie convenablement choisie ?

Nous nous contenterons dans ce chapitre de présenter quelques exemples de pavages du plan.

1 Du motif au pavage

Voici un film permettant, image par image, de constituer un motif de base.



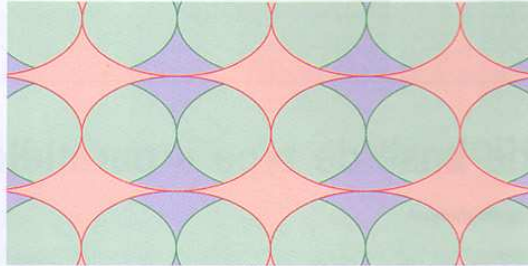
1. Par quelle transformation passe-t-on de la figure 1 à la figure 2 ?

.....

2. Par quelle transformation passe-t-on de la figure 2 à la figure 3 ?

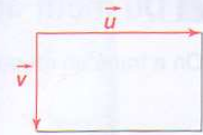
.....

La figure ci-dessous représente un pavage réalisé à partir du motif précédent.



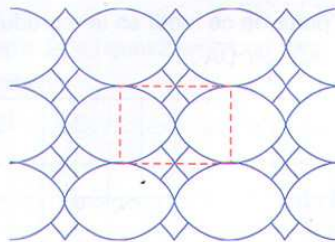
3. Indiquez sur cette figure un motif de base.

4. Vérifiez que le pavage ci-dessus peut être obtenu en reproduisant le motif rectangulaire par des translations successives de vecteur \vec{u} , $-\vec{u}$, \vec{v} ou $-\vec{v}$.



2 Du pavage au motif

La figure ci-dessous représente un pavage réalisé à partir d'un motif rectangulaire indiqué en pointillés rouges.



1. Comment peut-on obtenir tout le pavage à partir du motif rectangulaire ?

.....

.....

.....

2. Indiquez comment le motif rectangulaire a pu être obtenu à partir des deux lignes tracées en rouge ci-dessous.

.....

.....

.....

