

☞ Baccalauréat Inde–Liban A1 et B septembre 1994 ☞

EXERCICE 1

5 points

Commun à tous les candidats

Une population est constituée de 100 personnes (40 hommes et 60 femmes), telles que :

50 ont les yeux bleus,

60 % des hommes ont les yeux bleus.

On tire au sort une personne. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.

Calculer, sous forme de fractions, les probabilités des événements suivants :

A : « avoir choisi un homme »

B : « avoir choisi un homme aux yeux bleus »

C : « avoir choisi une femme aux yeux bleus »

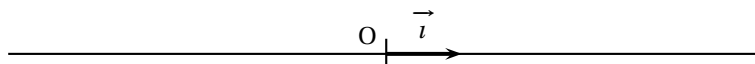
D : « avoir choisi une personne aux yeux bleus, sachant que c'est une femme »

E : « avoir choisi une femme, sachant que c'est une personne ayant les yeux bleus ».

EXERCICE 2 SÉRIE B

6 points

Un pion se déplace par sauts successifs sur la droite Δ munie du repère $(O; \vec{i})$.



Son point de départ est le point O.

Deux types de sauts sont possibles :

D : 2 unités vers la droite,

G : 1 unité vers la gauche.

Les sauts successifs sont supposés indépendants les uns des autres, et chaque type de saut a la même probabilité d'être effectué.

On suppose que le pion va effectuer 3 sauts successifs.

1. Donner la liste des différents parcours possibles. On pourra, éventuellement, dessiner « l'arbre des parcours », et désigner chaque parcours à l'aide d'un triplet, par exemple : (D, D, G) signifie que le pion s'est déplacé d'abord deux fois vers la droite, puis une fois vers la gauche.
2. Pour chaque parcours trouvé, préciser l'abscisse du point occupé par le pion après les 3 sauts.
3. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque parcours, associe l'abscisse du point où aboutit le pion. Donner la loi de probabilité de X , et son espérance mathématique.

PROBLÈME

10 points

Le but de ce problème est l'étude de la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{(x-1)\ln x}{x},$$

sa représentation graphique et le calcul d'une aire qui lui est liée.

Le plan P est rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm).

La courbe représentative de f dans P est notée \mathcal{C} .

Étude de f

1. a. Calculer la limite de f en 0.
Quelle en est la conséquence graphique ?
b. Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. On note f' la fonction dérivée de f
Montrer que : $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.
3. Déterminer le signe de la somme : $(x-1) + \ln x$, lorsque $0 < x < 1$, puis lorsque $x > 1$.
4. En déduire le tableau de variation de f .

Courbe représentative de f

1. Déterminer, selon les valeurs de x , le signe de la différence $d(x) = f(x) - \ln x$.
2. Soit Γ la courbe représentative, dans \mathbb{P} , de la fonction \ln . Interpréter géométriquement le nombre $d(x)$, et déduire, de la question précédente, la position relative des courbes \mathcal{C} et Γ .
3. Tracer Γ , puis \mathcal{C} .

Calcul d'une aire

1. Hachurer la partie du plan limitée par les droites d'équations $x = 1$, $x = e$, et les deux courbes précédentes.
2. Déterminer une primitive de la fonction définie par $g(x) = (\ln x)x$.
3. En déduire l'aire, en cm^2 , de la partie hachurée.