Baccalauréat série mathématiques Indochine juin 1953

I.

D'un point fixe O pris à l'intérieur d'une parabole donnée, de foyer F et de directrice (Δ), on mène la parallèle (D) à son axe; soit P le point où elle coupe (Δ).

1. Construire le point d'intersection I de la droite (D) avec la parabole, ainsi que la tangente (T) en I à cette dernière.
2. On considère un cercle variable (C) passant constamment par les points 0 et P; soient S_1 et S_2 les points où il coupe (T).

   Soient (T_1) et (T_2) les tangentes, autres que (T), menées des points S_1 et S_2 à la parabole donnée, M_1 et M_2 leurs points de contact, P_1 et P_2 les projections de M_1 et M_2 sur (Δ).

   Démontrer que (T_1) est parallèle à OS_2 (on pourra, pour cela, considérer les angles POS_2, PS_1S_2, PP_1F) et que (T_2)est parallèle à OS_1.
3. Soit Q l'intersection des droites (T_1) et (T_2).

   Quel est, quand le cercle (C) varie, le lieu géométrique de ce point Q?
4. Montrer que, parmi les cercles (C), il y en a généralement un qui est tel que les droites OS_1 et OS_2 correspondantes soient perpendiculaires.

   Que peut-on dire de la position correspondante du point Q?

   Cas d'exception.
5. Démontrer que l'on a toujours $\dfrac{\overline{QM_1}}{\overline{S_2O}} = \dfrac{\overline{M_2Q}}{\overline{M_2S_2}}$.

   Qu'en conclut-on pour les points M_1, M_2 et O.