Baccalauréat série mathématiques Indochine septembre 1953

I. 1er sujet

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés a, b, c.

I. 2e sujet

Résoudre un triangle, connaissant les deux côtés b, c et l'angle A compris entre ces deux côtés.

I. 3e sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c$$

par la méthode de l'angle auxiliaire défini à l'aide des coefficients.

Application : Résoudre l'équation

$$\sqrt{3}\cos x - \sin 2x = 1.$$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

II.

On considère, dans un plan, un cercle fixe, de centre O, de rayon R, et un point fixe C intérieur à ce cercle, à une distance d de O ($d < \text{R}$).
Une droite variable (D) passe par C et coupe le cercle en A et A$'$.
On désigne par φ l'angle des droites OC et (D), $0 < \varphi < \dfrac{\pi}{2}$.

1. Montrer qu'il existe une ellipse (E) ayant A et A$'$ pour sommets et dont C est l'un des foyers.
   Calculer la longueur du petit axe de l'ellipse (E) ; lieu des sommets de ce petit axe.
   À quelle courbe les tangentes à l'ellipse (E) aux deux sommets du grand axe sont-elles tangentes ?
2. Soit H le pied sur la droite AA$'$ de la directrice de l'ellipse (E) relative au foyer C.
   Calculer CH en fonction de R, d et φ.
   Soit H$'$ la projection de H sur OC : calculer OH$'$.
   À quelle courbe la directrice considérée reste-t-elle tangente ?
3. Construire les paraboles (P), de foyer C, passant par A et A$'$.
   Lieu, lorsque (D) varie, du point de rencontre des tangentes en A et A$'$ à une parabole (P).
   Lieu du point de rencontre de (D) et de la directrice de (P).