

**œ Brevet de technicien supérieur œ**  
**Nouvelle-Calédonie session novembre 2012 -**  
**Informatique de gestion**

A. P. M. E. P.

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

Durée : 3 heures

Coefficient : 2

**Exercice 1**

**5 points**

Cet exercice est un Q.C.M. (questionnaire à choix multiple).

Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question ou affirmation, une seule réponse est correcte.

Barème : 1 point par réponse exacte, 0 point pour absence de réponse ou réponse fausse.

Donner les réponses en recopiant et complétant le tableau suivant.

Question n°	1	2	3	4	5
Réponse A, B, C, ou D					

**Question 1**

$K$  est une matrice carrée d'ordre  $n$  telle que :  $K^2 = 2K - 3I$  où  $I$  est la matrice identité d'ordre  $n$ .

Affirmation A :  $K^4 = 4K - 6I$

Affirmation B :  $K^4 = 8K - 3I$

Affirmation C :  $K^4 = -4K - 3I$

Affirmation D :  $K^4 = 4K + 9I$

**Question 2**

Un graphe orienté a pour matrice d'adjacence la matrice  $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

Le nombre total de chemins de longueur 3 dans ce graphe est égal à :

Réponse A : 6

Réponse B : 9

Réponse C : 12

Réponse D : 15

**Question 3**

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{4x+6}{2x-1}$ .

La fonction  $F$  définie de la manière qui suit, est une primitive de  $f$  sur cet intervalle :

Réponse A :  $F(x) = (4x+6)\ln(2x-1)$

Réponse B :  $F(x) = 2x + 4\ln(2x-1)$

Réponse C :  $F(x) = 2x + 8\ln(2x-1)$

Réponse D :  $F(x) = 4x + \ln(2x-1)$

**Question 4**

On considère l'expression booléenne suivante :  $g(a, b, c) = \overline{a}bc + ab + \overline{a}c$ . Cette expression est égale à :

Réponse A :  $c + ab$

Réponse B :  $c + \overline{a}b$

Réponse C :  $\overline{b}(a+c) + bc$

Réponse D :  $b + \overline{b}c$

**Question 5**

La négation de la phrase « le 24 décembre est un dimanche et je vais à Strasbourg » est :

Réponse A : « le 24 décembre n'est pas un dimanche et je ne vais pas à Strasbourg »

Réponse B : « le 24 décembre est un dimanche ou je vais à Strasbourg »

Réponse C : « si le 24 décembre est un dimanche alors je vais à Strasbourg »

Réponse D : « le 24 décembre n'est pas un dimanche ou je ne vais pas à Strasbourg »

**Exercice 2****7 points**

Une entreprise de confection textile décide de monter des ateliers de couture et pour cela, elle souhaite acquérir des machines à coudre du même modèle. L'entreprise peut acheter ces machines auprès de deux fournisseurs.

**Partie A - Première commande chez le fournisseur 1**

L'entreprise décide de commander un lot de 60 machines au fournisseur 1.

5 % des machines de ce fournisseur 1 comportent un composant trop bruyant qui rend la machine inutilisable pour l'entreprise. La production est suffisamment importante pour assimiler le choix au hasard des 60 machines qui composent le lot à un tirage aléatoire avec remise dans la production du fournisseur 1.

Soit  $X$  la variable aléatoire qui, au lot de 60 machines, associe le nombre de machines inutilisables par l'entreprise.

1. Expliquer pourquoi la variable  $X$  suit la loi binomiale de paramètres 60 et 0,05.
2. Calculer le nombre moyen de machines inutilisables dans un tel lot.
3. Calculer la probabilité, arrondie au millième, d'avoir exactement deux machines inutilisables dans ce lot.
4. On admet que la loi de la variable  $X$  peut être approchée par celle d'une variable aléatoire  $Y$  qui suit la loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ .
  - a. Donner la valeur du paramètre  $\lambda$ .
  - b. L'entreprise estime qu'elle réalise une bonne affaire si elle a au plus 3 machines inutilisables dans le lot.  
En utilisant la variable  $Y$  et avec la précision permise par les tables, calculer la probabilité pour que l'entreprise réalise une bonne affaire.

**Partie B - Probabilité qu'une machine provenant du fournisseur 2 soit inutilisable**

Chez le fournisseur 2, lorsqu'on choisit une machine au hasard dans la production, le niveau sonore mesuré en décibels de cette machine en fonctionnement est une variable aléatoire  $Z$ . On admet que la variable  $Z$  suit une loi normale de moyenne 59 et d'écart-type 0,505.

L'entreprise décide qu'une machine dépassant 60 décibels sera jugée inutilisable.

Calculer, avec la précision permise par les tables, la probabilité pour qu'une machine choisie au hasard chez ce fournisseur dépasse 60 dB.

**Partie C - Commande des machines**

/medskip

L'entreprise commande 150 machines à coudre : 60 chez le fournisseur 1 et 90 machines chez le fournisseur 2. En faisant le bilan de l'étude précédente on peut dire que :

- chaque machine du fournisseur 1 a une probabilité égale à 0,05 d'être inutilisable ;
- chaque machine du fournisseur 2 a une probabilité égale à 0,024 d'être inutilisable.

On choisit une machine à coudre au hasard parmi les 150 machines reçues et on note :

- $F_1$  l'évènement : « la machine provient du fournisseur 1 » ; ,
- $F_2$  l'évènement : « la machine vient du fournisseur 2 » ;
- $I$  l'évènement : « la machine est inutilisable par l'entreprise ».

1. Calculer les probabilités des évènements  $F_1$  et  $F_2$ . Traduire en termes de probabilité chacune des valeurs 0,05 et 0,024 données ci-dessus.

2. Calculer la probabilité, arrondie au millième, de l'évènement  $I$ . On justifiera ce calcul par un arbre, un tableau ou des formules.
3. Une mesure du bruit en fonctionnement de la machine choisie montre que cette machine est inutilisable par l'entreprise.  
Quelle est la probabilité, arrondie au millième, qu'elle provienne du fournisseur 1 ?

**Exercice 3****8 points**

**Les parties A et B sont indépendantes. Elles traitent toutes les deux de la notion de décibel.**

**Partie A**

Une conversation chuchotée entre deux personnes occasionne un bruit d'environ 30 décibels (dB).

Dans un amphithéâtre, on a mesuré le bruit  $y$  (en dB) en fonction du nombre  $x$  de conversations chuchotées. Les résultats sont récapitulés le tableau suivant :

Nombre de conversations chuchotées $x_i$	1	10	50	100	200
Bruit mesuré en décibels $y_i$	29,8	38,7	46,5	50,7	53,2

1. Construire le nuage de points représentant la série des  $(x_i, y_i)$ . On prendra 1 cm pour 20 unités en abscisse, 1 cm pour 2 unités en ordonnées, et on placera l'intersection des axes au point de coordonnées  $(0 ; 25)$ .
2. On pose :  $X = \ln(x)$  où  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien.  
Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en arrondissant les valeurs au centième.

$X_i = \ln(x_i)$	$X_i$	0	2,30			
Bruit mesuré en décibels	$y_i$	29,8	38,7	46,5	50,7	53,2

3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire, arrondi au millième, de la série  $(x_i, y_i)$  à l'aide de la calculatrice.
4. Donner l'équation de la droite de régression de  $y$  en  $X$  par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au centième. On pourra utiliser la calculatrice.
5. Expliquer pourquoi on peut modéliser le nombre  $y$  de décibels en fonction du nombre  $x$  de conversations chuchotées par l'expression :  $y = 4,5 \ln(x) + 29,27$ .
6. Avec le modèle donné dans la question 5, estimer le nombre de décibels occasionnés par 500 conversations chuchotées. Arrondir au dixième.

**Partie B**

**Dans cette partie, les résultats seront tous arrondis à l'unité**

Une entreprise décide d'installer dans un petit local un certain nombre d'appareils identiques. Chacun de ces appareils en fonctionnement émet un bruit de 70 décibels.

Soit  $d$  la fonction donnant le nombre de décibels en fonction du nombre  $n$  d'appareils lorsque ces  $n$  appareils sont en fonctionnement.

Cette fonction est définie par :

$$d(n) = 4,329 \ln(n) + 70.$$

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

Nombre d'appareils $n$	1	2	4	8	16
Décibels $d$	70				

Exprimer par une phrase ce que met en évidence ce tableau.

2. Calculer la différence  $d(10n) - d(n)$ .  
Peut-on dire que lorsque le nombre d'appareils est multiplié par 10, le nombre de décibels mesurés augmente de 10? Justifier la réponse.
3. L'entreprise fait installer 40 de ces appareils dans le local.
- Calculer le bruit occasionné par leur fonctionnement simultané.
  - Le règlement interne de l'entreprise stipule qu'un employé ne doit pas être exposé à un bruit supérieur à 85 dB. Un employé refuse d'aller travailler dans le local à cause du bruit. Est-t-il dans son droit par rapport au règlement?
4.
  - Résoudre l'inéquation  $d(n) \leq 85$ .
  - Conformément à son règlement interne, combien d'appareils au maximum l'entreprise peut-elle placer dans ce local?

