

œ Brevet de technicien supérieur œ
Nouvelle-Calédonie session novembre 2012 -
Informatique de gestion

A. P. M. E. P.

Épreuve facultative

Exercice 1

11 points

Soit f la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $] -1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = (x+1)\ln(x+1).$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. a. Démontrer que le développement limité d'ordre 2 de la fonction f au voisinage de 0 est :

$$f(x) = x + \frac{1}{2}x^2 + x^2\epsilon(x) \quad \text{avec} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0.$$

- b. En déduire une équation de la tangente \mathcal{T} à la courbe \mathcal{C} au point O.
Préciser la position relative de la courbe \mathcal{C} et de la tangente \mathcal{T} au voisinage de O.

2. Calculer la valeur exacte de l'intégrale : $K = \int_0^1 \left(x + \frac{1}{2}x^2\right) dx$.

3. On veut calculer la valeur exacte de l'intégrale :

$$I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- a. Montrer par une intégration par parties que :

$$I = \frac{3}{2} \ln(2) - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{x+1} dx.$$

- b. Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle $] -1 ; +\infty[$, on a :

$$\frac{x^2 + 2x}{x+1} = x + 1 - \frac{1}{x+1}.$$

Terminer alors le calcul de I .

- c. En déduire l'erreur commise en estimant que K est une valeur approchée de I .

Exercice 2

9 points

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au dix-millième (10^{-4}).

Une entreprise produit un certain type d'appareils et vient de mettre au point un procédé qui diminue très sensiblement le bruit émis par ces appareils. Elle veut savoir si elle peut écrire dans la fiche technique que ces appareils émettent en moyenne un niveau sonore de 59 décibels (dB).

Pour cela elle prélève un échantillon de 100 appareils dans sa production et met en place un test bilatéral au risque 5%.

Partie A - Étude de l'échantillon

Les résultats de mesure du niveau sonore émis par chaque appareil de l'échantillon sont résumés dans le tableau suivant.

Niveau sonore (dB) x_i	58,8	58,9	59,0	59,1	59,2	59,3	59,4	59,5
Nombre d'appareils n_i	7	7	19	26	13	11	10	7

1. À l'aide de la calculatrice, calculer la moyenne et l'écart-type de cette série.
2. Déterminer une estimation ponctuelle σ' de l'écart-type de l'ensemble de la production.

Partie B - Élaboration du test

Le test doit permettre de répondre à la question suivante : « le niveau sonore moyen des appareils produits par l'entreprise est-il égal à 59 dB ? ».

Soit \bar{X} la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire non exhaustif de 100 appareils prélevés dans la production, associe leur niveau sonore moyen (en dB).

On admet que \bar{X} suit la loi normale de moyenne m et d'écart-type $s = \frac{\sigma'}{\sqrt{n}}$, où n est la taille de l'échantillon.

1. Vérifier que $s = 0,0189$.
2. Énoncer l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1 .
3. Déterminer l'intervalle d'acceptation, sous l'hypothèse nulle, au risque 5 %.
4. Énoncer la règle de décision.

Partie C - Prise de décision

Compte tenu de la moyenne calculée sur l'échantillon de l'entreprise, conclure relativement à la question posée.