

☞ Israël¹ Série mathématiques

I. 1^{er} sujet

P.G.C.D. de deux entiers par la méthode des divisions successives.

Application aux nombres 9 087 et 1 864.

I. 2^e sujet

Comment reconnaît-on qu'un nombre entier est premier ou non ?

Expliquer et justifier la méthode employée.

Application : Les nombres 437 et 347 sont-ils premiers ?

I. 3^e sujet

Fraction décimale : définition ; énoncer et démontrer une condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction ordinaire soit convertible en fraction décimale.

Application à la fraction $\frac{693}{17325}$.

II.

Soient deux axes perpendiculaires $x'Ox$ et $y'Oy$, P le point de Ox d'abscisse + 1.

Une droite variable (D) de pente m tourne autour de P et coupe la bissectrice (Δ) d'équation $y = x$ au point M et la bissectrice (Δ') d'équation $y = -x$ au point M'.

1. Calculer $z = MM'^2$ en fonction de m .

Étudier les variations de la fonction z ainsi obtenue en prenant pour variable $u = m^2$.
Graphique.

Déduire du graphique la discussion du problème suivant : combien peut-on mener par P de droites (D) telles que MM' ait une longueur donnée ℓ ?

2. À chaque droite (D) on associe la perpendiculaire (D') à (D) issue de P ; cette droite (D') coupe (Δ) en N et (Δ') en N'.

Montrer que $PN = PM'$ et que $PM = PN'$, que les triangles $PM'N$ et $PN'M$ s'associent dans une similitude de centre P, que les cercles circonscrits aux triangles OPM' et OPM sont orthogonaux.

3. La droite (D) tourne autour de P ; trouver le lieu géométrique des projections de P sur NM' et sur MN' , l'enveloppe des droites NM' et MN' et le lieu du point Q d'intersection de ces deux droites.

1. Pondichéry Montréal juin 1957