

∞ Baccalauréat Israël juin 1960 ∞
série mathématiques

I. - 1^{er} sujet.

Variation et représentation graphique de

$$y = \frac{3x^2 - 10x + 8}{x - 2}.$$

I. - 2^e sujet

(Géométrie plane). Cercles orthogonaux. Définition. Propriétés caractéristiques.

I. - 3^e sujet

Définition d'un nombre premier.

Démontrer que le plus petit diviseur (autre que 1) d'un nombre non premier est un nombre premier et que la suite des nombres premiers est illimitée.

II.

Rappeler les formules précisant les positions des points de contact des cercles (I) et (I') inscrit et exinscrit dans l'angle A d'un triangle ABC. (D et D' sur AB, E et E' sur AC, F et F' sur BC; soient A' le milieu de BC, P le pied de la bissectrice intérieure issue de A.)

Partie A

Soient r et r' les rayons des cercles (I) et (I') inscrit et exinscrit dans l'angle A d'un triangle ABC rectangle en A, de côtés a, b, c .

1. Calculer $a, b + c, bc$ en fonction de r et r' .

r et r' étant donnés, en déduire b et c ; discuter, en prenant pour paramètre $m = \frac{r'}{r}$ (justifier ce choix).

Montrer que $r + r', r' - r, rr'$ s'expriment simplement en fonction de a, b, c .

2. Construire géométriquement le triangle rectangle ABC, connaissant r et r' .

Partie B

On donne un angle droit xAy .

Rappeler la construction d'un segment BC (B sur Ax, C sur Ay) dont on donne le milieu, A', point intérieur à l'angle A.

Trouver le lieu du point A' dans chacun des cas suivants :

1. $r + r' = 2\ell = \text{Cte}$;
2. $r' - r = 2\ell = \text{Cte}$;
3. $rr' = 2k^2 = \text{Cte}$.

Quelle est, dans ce 3^e cas, l'enveloppe de la droite BC?

(On pourra, éventuellement, rechercher l'équation du lieu de A', rapportée aux axes \vec{Ax} et \vec{Ay} .)

Partie B

On donne le triangle rectangle ABC et les deux cercles (I) et (I') (mêmes notations).

Déterminer les intersections de leur axe radical, Δ , avec les côtés du triangle.

Que peut-on dire du cercle de diamètre FF' ?

Montrer que le cercle (AP), de diamètre AP, fait partie du faisceau (I) (I').

Montrer que (I) et (I') se correspondent dans une inversion de centre A, qui fait aussi correspondre (AP) et Δ .

Calculer la puissance d'inversion en fonction de r et r' .

Quel est l'inverse de la droite BC ? (Indiquer les inverses de tous les points utilisés sur BC.)

En déduire la construction d'un cercle passant par A, tangent à (I) et (I').

Faire une figure soignée. On pourra prendre

$$r = 1 \text{ cm} \quad \text{et} \quad r' = 9 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad r = 2 \text{ cm} \quad \text{et} \quad r' = 18 \text{ cm}.$$

N. B. - La partie C est indépendante des parties A et B.