∽ Baccalauréat Série mathématiques Israël septembre 1958 ∾

I

1^er^ sujet.
Démontrer qu'étant données deux figures F et F$'$ situées dans un même plan et directement égales, on peut amener F sur F$'$ par une rotation ou une translation.

2^e^ sujet.
Démontrer qu'étant données deux figures F et F$'$ situées dans un même plan et directement semblables, on peut passer de F à F$'$ par le produit d'une rotation et d'une homothétie de même centre.

3^e^ sujet.
Homothétie dans le plan : définition ; relation entre deux vecteurs homologues ; produit de deux homothéties.

II.

On donne deux axes de coordonnées rectangulaires $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$ et un cercle fixe (C) de rayon $2a$ dont le centre C est le point de Ox d'abscisse a.
Ce cercle coupe $x'\mathrm{O}x$ en E et F, E étant tel que la droite $y'\mathrm{O}y$, qui sera aussi désignée par Δ, soit médiatrice de CE ; Δ coupe le cercle (C) en A et B.
On considère tous les cercles (ω) tangents à la fois au cercle (C) et à la droite Δ.

1. Quel est le lieu des centres (ω) de ces cercles ?

   Ce lieu est constitué de deux courbes, (P_1) et (P_2), distinctes, que l'on définira et que l'on tracera avec soin en précisant leurs points communs et l'angle sous lequel ces courbes se coupent en ces points.
2. Trouver, en utilisant l'inversion de centre A et de puissance AB^2, le lieu des points de contact, situés hors de Δ et de la ligne (C), des cercles (ω) tangents deux à deux.

   Ce lieu est constitué par deux courbes (U) et (V), dont on déterminera les éléments et que l'on tracera avec soin.
3. On considère le cercle (γ) circonscrit au triangle AOE ; montrer au moyen de l'inversion précédente qu'il existe quatre cercles (ω) tangents à (γ).

   On précisera la forme particulière que présente la figure formée par les inverses de (C), (γ) et Δ.
4. Un point ω décrit celle des lignes (P_1), (P_2) dont le sommet a une abscisse négative ; son ordonnée en fonction de la date t est $y = vt$, où v est une constante positive.

   Peut-on déterminer v pour qu'à son passage à l'une ou à l'autre des intersections de sa trajectoire avec $y'\mathrm{O}y$, la vitesse de ω ait pour valeur $2a$?