Baccalauréat Istambul 1950

SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

I

1er sujet
Intersection d'une parabole et d'une droite qui passe au foyer.

2e sujet
Angle de deux plans parallèles à la ligne de terre.

3e sujet
Reste de la division d'un polynôme par $(x-a)$. Condition de divisibilité.

II

1. Étant donnés deux cercles égaux, construire les centres des rotations d'angle égal à un droit qui transforment un de ces cercles en l'autre.

   Quel est le produit de deux de ces rotations de même sens mais de centres distincts ?
2. Un point variable M décrit un cercle (m) de rayon R.

   F étant un point fixe à une distance du centre d non égale à R, on construit le carré de sens direct FMSN. Montrer que les sommets N et S de ce carré, ainsi que son centre O, décrivent des cercles (n), (s), (o), dont on précisera les centres et les rayons.

   Montrer que la diagonale MN enveloppe une conique (c) d'excentricité égale à $\dfrac{d}{\text{R}}$.

   Quelle serait l'enveloppe de MN dans le cas particulier où F serait sur le cercle (m) $(d = \text{R})$?
3. Revenant au cas général, la droite MN recoupe les cercles (m) et (n) respectivement en M' et N'.

   Montrer que le carré de sens direct $\text{F}'\text{N}'\text{S}'\text{M}'$ qui admet $\text{N}'\text{M}'$ pour diagonale a son sommet F' fixe.
4. Soit M'' le transformé de M' dans le produit des deux rotations$(\text{F}', -90°)$, $(\text{F}, -90°)$.

   Comparer l'aire du triangle $\text{FM}'\text{N}'$ et la puissance de F par rapport au cercle (m) évaluée sur la sécante FM''.

   En déduire le produit des distances de la droite MN aux deux points F et F', et retrouver ainsi l'enveloppe (c) de cette droite.
5. Montrer que le point de contact T de MN avec son enveloppe est un centre d'homothétie pour les deux carrés FMSN, $\text{F}'\text{N}'\text{S}'\text{M}'$.

   Construire les positions de M sur le cercle (m) pour lesquelles la droite MN est tangente à ce cercle.

   Discuter la possibilité de cette construction selon les valeurs de l'excentricité de (c).

   Lorsqu'elle est possible, construire le point T correspondant et en déduire que la courbe (c) est bi-tangente aux cercles (m) et (n) en des points situés sur le cercle de diamètre FF'.

N. B. - Le problème sera noté sur 20, la question de cours sur 10.
Il n'est pas indispensable d'avoir résolu la quatrième question du problème pour pouvoir traiter la cinquième.