∽ Baccalauréat Istambul septembre 1958 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

I

1^er^ sujet

Différence des puissances d'un point par rapport à deux sphères.

2^e^ sujet

Variation et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{cosx}{1+\sqrt{2}\cos x}$$

quand x varie de $-\dfrac{\pi}{2}$ à $+\dfrac{\pi}{2}$.

3^e^ sujet

Condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre soit le P. G. C. D. de deux autres nombres.

II. Problème

Soient quatre points A, B, C, D situés sur un cercle (Γ) de centre O et tels que, M étant un point de (Γ), le faisceau (M. A, B, C, D) soit harmonique.

1. Montrer que, si la propriété est vraie pour M, elle est vraie pour tout autre point M′ du cercle (Γ).
   Que devient, en particulier, cette propriété si M′ est confondu avec l'un des points A, B, C ou D ?
   Montrer que les droites AB et CD sont conjuguées par rapport au cercle (Γ) ; réciproque.
   DA Démontrer que l'on a $\dfrac{\text{CA}}{\text{CB}} = \dfrac{\text{DA}}{\text{DB}}$.
2. Soient I le milieu de AB, E et F les points de rencontre de la médiatrice de AB avec le cercle (Γ).
   Montrer que CE et CF sont les bissectrices des angles formés par les droites CD et CI.
3. Montrer que :
   a. IC et ID sont symétriques par rapport à AB ;
   b. $\text{IA}^2 = \text{IC} \cdot \text{ID}$;
   c. l'angle CID est double de l'angle CAD (si A et I sont d'un même côté de CD).
4. Soit H le point de rencontre de AB et CD.
   Démontrer les égalités

$$\frac{\text{HC}}{\text{HD}} = \frac{\text{IC}}{\text{ID}} = \left(\frac{\text{AC}}{\text{AD}}\right)^2 = \left(\frac{\text{BC}}{\text{BD}}\right)^2.$$

5. Soit J le milieu de CD ; établir la relation

$$\text{IC} + \text{ID} = \text{JA} + \text{JB}.$$