Baccalauréat Istanbul juin 1956
Série mathématiques et mathématiques et technique

I.

1er sujet
Recherche de la dérivée de la fonction $y = \sin x$.

Application : Dérivées des fonctions $y = \cos x$ et $y = \text{tg}\, x$.

I.

2e sujet
Étude de la fonction

$$y = 3x^3 + 3x^2 - 8x + 5.$$

(Variation, représentation graphique, symétrie, point d'inflexion.)

I.

3e sujet
Plans conjugués, droites conjuguées, tétraèdre conjugué par rapport à une sphère.

II.

Partie A

On donne un cercle (O), de centre O et de rayon R, et, sur ce cercle, deux points fixes A et B, de milieu I. Un point M variable décrit le cercle (O).

1. Montrer que le lieu de l'orthocentre H du triangle AMB est le cercle (O_1) symétrique de (O) par rapport à AB.

   Soient respectivement a, m et b les pieds des hauteurs issues de A, M et B dans le triangle AMB.

   Montrer que le côté ab du triangle amb enveloppe un cercle de centre I, tandis que ma et mb conservent des directions fixes.
2. Montrer que le cercle (Ω) de diamètre MH conserve une grandeur fixe et reste orthogonal à un cercle fixe (I).
3. Le cercle (Ω) admet avec les cercles (O) et (O_1) deux axes radicaux (Δ) et (Δ_1) se coupant en J.

   Montrer que (Δ) enveloppe une ellipse (E) de foyer I.

   Quelle est l'enveloppe de (Δ_1) et quel est le lieu de J ?

Partie B

Soit une ellipse (Γ), de centre O, de longueurs d'axes $2a$ et $2b$, et, sur cette ellipse, deux points fixes A et B, de milieu I, symétriques par rapport à son axe focal.
Un point M variable décrit l'ellipse (Γ).

1. Établir la relation $m\text{M} \cdot m\text{N} = \dfrac{a^2}{b^2} m\text{A} \cdot m\text{B}$, où m est la projection orthogonale de M sur AB et N le second point de (Γ) sur la projetante mM.

   Montrer que le lieu de l'orthocentre H du triangle AMB est une ellipse (Γ_1) affine de (Γ).
2. Montrer que, si (Γ) et (Γ_1) ont deux points C et D en commun, autres que A et B, C et D se trouvent sur le cercle de diamètre AB.
3. Montrer que le cercle de diamètre MH reste orthogonal à un cercle fixe (I) et que le lieu de son centre est une ellipse (L), dont on pourra donner l'équation par rapport à des axes Ix et Iy portés par AB et la médiatrice de AB.