

∞ **Baccalauréat mathématiques Istanbul** ∞  
**septembre 1954**

I.

**1<sup>er</sup> sujet**

Ensemble des diviseurs communs à deux nombres. P. G. C. D. ; sa recherche par la méthode des divisions successives.

Quel est le P.G.C.D. de 1 954 et 321 ?

I.

**2<sup>e</sup> sujet**

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés. Discussion.

I.

**3<sup>e</sup> sujet**

Étudier les variations et tracer la courbe représentative de la fonction

$$y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 3x + 2}$$

II.

*Préambule*: construire un triangle ABC, connaissant son sommet A, son orthocentre H et le milieu de son côté BC.

Discussion : on montrera qu'il est nécessaire et suffisant que le milieu  $m$  de BC soit extérieur au cercle de diamètre AH (on désignera par F le milieu de AH).

**Partie A.**

Dans cette première partie on appelle (T) les triangles ABC pour lesquels la hauteur  $AA'$  issue de A a une longueur égale au rayon R du cercle circonscrit.

On utilisera les notations usuelles A, B, C,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  pour désigner les angles et les côtés.

1. Démontrer que les triangles (T) sont caractérisés par la relation

$$(1) \quad \sin B \cdot \sin C = \frac{1}{2}.$$

2. On donne l'angle A d'un triangle (T) ; calculer ses angles B et C (on désignera par B le plus grand des angles autres que A).

Discussion. Exemple numérique :  $A = 60^\circ$ .

3. Dans un triangle (T) variable, le sommet A et l'orthocentre H sont fixes. Déterminer le lieu du milieu  $m$  de BC ; en déduire le lieu du centre du cercle circonscrit, ainsi que l'enveloppe de ce cercle. (Appeler F le milieu de AH.)

**Partie B.**

On désigne maintenant par (K) les triangles pour lesquels  $AA' = kR$ ,  $k$  étant une constante arithmétique différente de 1, et R et  $AA'$  ayant la même signification que dans la première partie.

1. Rechercher la relation analogue à (1) qui caractérise les triangles (K).

En déduire que  $k < 2$  ; interprétation géométrique.

2. Dans un triangle (K) variable, le sommet A et l'orthocentre H sont fixes.

Lieux du milieu de BC et du centre du cercle circonscrit.

À quelle ligne le cercle circonscrit reste-t-il tangent ? (On fera une figure correspondant à  $k = \frac{3}{2}$ .)