



JOURNÉES NATIONALES A.P.M.E.P. GÉRARDMER 3-6 novembre 1999

Atelier JA11 EXEMPLES DE FONCTIONS UTILISÉES EN ÉCONOMIE Jacques Bair (Université de Liège, Belgique)

L'objectif de cet atelier était de montrer que l'univers économique dans lequel nous vivons constitue un réservoir important de situations concrètes où peuvent intervenir des fonctions qui sont traditionnellement enseignées dans les cours de mathématiques.

En voici quelques exemples concrets.

- Un libraire belge propose à sa clientèle des photocopies de documents selon le tarif suivant : 4 BEF¹ pièce pour moins de 10 feuilles, 3 BEF pièce pour plus de 10 feuilles, et 2 BEF pour plus de 50 feuilles. Comment modéliser mathématiquement cette situation ? [4]
- Un consommateur achète deux biens en quantités x et y , à des prix unitaires respectivement égaux à p_1 et p_2 unités monétaires, et dispose d'un budget m pour l'acquisition de ces deux biens. Représenter dans l'espace des quantités (c'est-à-dire dans le plan Oxy) la "droite du budget" qui comprend l'ensemble des tous les "paniers" (x, y) qui peuvent être achetés, puis étudier l'influence d'une modification des différents paramètres intervenant dans l'équation de cette droite. [3]
- Quatre magasins A, B, C et D, situés sur une même route, doivent être réapprovisionnés respectivement 40, 20, 10 et 30 fois depuis un entrepôt : où celui-ci doit-il être idéalement construit sur cette route, sachant que la distance entre A et B est de 15 km, entre A et C de 40 km et entre A et D de 50 km ? [2]
- Dans une région, le nombre d'ouvriers travaillant dans le secteur agricole est de 18000 (resp. 19000 ; 20000 ; 21000 ; 22000 ; 21000 ; 20000 ; 19000) chaque premier janvier (resp. mars ; avril ; mai ; juillet ; septembre ; octobre ; novembre). Comment modéliser cette situation ? [1]
- La loi de Pareto donne le nombre de contribuables disposant d'un revenu au moins égal à x unités monétaires ; elle est généralement de la forme suivante : $N = a x^b$. Les paramètres a et b peuvent être obtenus par un ajustement linéaire de données expérimentales reportées sur un graphe en coordonnées semi-logarithmiques. [1]
- Les notions de concavité et de convexité sont bien illustrées par les courbes d'indifférence d'un consommateur qui achète deux biens et a , respectivement, de l'aversion et du goût pour le risque. De même, une isoquante d'un producteur est généralement convexe, une courbe de produit total est d'abord convexe (pendant une période de "rodage") puis concave, tandis qu'une courbe de coût total est d'abord concave (en raison des "économies d'échelle") avant d'être convexe (à cause des "déséconomies" d'échelle). [1 ; 3]

¹ BEF : ancien franc belge.

Signalons encore quelques problèmes classiques qui peuvent être illustrés par des graphes issus de manuels d'économie [5 ; 6].

- Rechercher quand un marché est compétitif consiste à calculer les coordonnées du point de rencontre entre les courbes d'offre et de demande correspondantes.
- Les surplus du consommateur et du producteur se font par le calcul intégral, plus précisément par le calcul d'une aire d'une région plane limitée par des courbes.
- L'achat optimal d'un consommateur correspond au maximum de la fonction d'utilité, qui mesure la satisfaction du consommateur, en présence d'une contrainte budgétaire.
- Pour maximiser son profit, la firme augmente sa production jusqu'à ce que la recette marginale soit égale au coût marginal.
- Le coût moyen est minimum lorsqu'il coïncide avec le coût marginal.
- Dans un modèle de gestion des stocks, le coût global est minimum lorsque les coûts de stockage et de lancement coïncident.

Références

- [1] Bair J., Mathématiques générales à l'usage des Sciences économiques, de gestion et A.E.S., De Boeck Université, Bruxelles, 1993.
- [2] Bair J. – Haesbroeck G., Modélisation : passage d'un problème réel à un problème mathématique, Bulletin APMEP, n° 418, 1998, pp. 583-590.
- [3] Bair J. – Hinnion R. – Justens D., Applications économiques au service de la Mathématique, Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française, Mons, 1989.
- [4] Ertryckx M. – Bouckaert C., Le prix des photocopies, Mathématique et Pédagogie, 95, 1994, pp. 41-51.
- [5] Jurion B., Economie politique, De Boeck Université, Bruxelles, 1996.
- [6] Simon C.- Blume L., Mathématiques pour économistes, De Boeck Université, Bruxelles, 1998.

Adresse de l'auteur

Bair Jacques

Haute Ecole de gestion de l'ULG

Bât. B31, Mathématiques appliquées aux sc. économiques et de gestion

Boulevard du Rectorat 7

4000 Liège 1 – Belgique

E-mail : J.Bair@ulg.ac.be