

# Ne jamais douter de ses élèves

Valérie Larose

Au retour des vacances de la Toussaint, mes élèves de Terminale sont reposés et studieux. Ils s'appliquent à déterminer des limites de suites et discutent sagement des formes indéterminées. Je suis attirée par une conversation entre deux élèves. Je crois ne pas avoir bien entendu alors je fais répéter :

- « Ben oui, m'dam, la somme des entiers naturels fait  $-1/12$  »
- ??????
- « Vous ne le saviez pas ? C'est un mec connu qui l'a montré mais j'ai oublié son nom »
- ??????
- « Je me souviens du début de la preuve  $1-1+1-1+\dots$  fait  $0,5$  »

À ce moment là, je me rassure, ils ont dû trouver un site sur internet qui s'amuse à prouver que «  $2=3$  », je vais facilement démasquer l'escroquerie.

La mémoire de mon élève revient et il se souvient de ce calcul :

$$\begin{aligned} \text{On note } A \text{ la somme } 1-1+1-1+1-\dots \\ A=1-1+1-1+1-\dots=1-(1-1+1-1+\dots) \\ \text{à savoir } 1-A \\ \text{D'où l'équation } 2A=1 \text{ et } A=1/2 \end{aligned}$$

Je lui propose une méthode par regroupement des termes qui donne 0 pour la même somme, ce qui le déstabilise.

« Pourtant m'dame, j'vous jure, c'est du sérieux même que ça sert en théorie des cordes ».

Je vais mieux, la raison reprend le dessus mais je ne suis pas tranquille...

Les élèves à l'origine de ce scoop me disent qu'ils m'apporteront au prochain cours leurs sources, retour aux calculs de limites !

Rentrée à la maison, je file sur Internet et surprise, des tas de sites relaient l'information !

Le premier cité par notre ami Google, [sciencetonnante.wordpress.com](http://sciencetonnante.wordpress.com), semble sérieux et j'y retrouve la démarche exposée par mon élève à savoir calculer tout d'abord la somme  $1-1+1-\dots$

Ce qui a échappé à mon élève c'est que **si on veut** vraiment affecter une valeur « moyenne » à cette somme infinie,  $1/2$  convient très bien. Ce que j'ai appris dans mes études n'est pas remis en cause : cette série n'a pas de limite mais si on veut lui en donner une, la méthode exposée prend du sens.

Après avoir attribué la valeur  $1/2$  à cette somme infinie, la démonstration suit son cours... Je ne la reproduis pas ici, je vous laisse la découvrir (lien vers l'article sur le site de l'APMEP, rubrique PLOT). L'auteur de l'article termine ainsi : « **si on veut affecter une valeur finie à cette somme monstrueuse, alors  $-1/12$  est l'unique valeur qui colle** ». Il fournit une justification mathématique rigoureuse (avec la fonction zêta de Riemann et des convergences au sens de Cesaro et d'Abel) puis une justification physique (effet Casimir).

D'autres sites reprennent la démonstration de ce résultat. Prenez le temps de suivre la vidéo de Mickaël Launay (un quart d'heure) sur son site *Micmaths*.

Pour conclure... on en apprend tous les jours ! Vive Internet ! Vive nos élèves curieux !

Un élève me fait plaisir en objectant qu'une somme d'entiers positifs qui donne un nombre négatif, c'est louche...

Et un autre explique qu'en ajoutant des nombres entiers positifs, on va forcément vers l'infini.

