

## Baccalaurat L spécialité La Réunion juin 2005

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

### EXERCICE 1

**5 points**

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est exacte.

*Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point.*

*L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*

*Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.*

N°	Questions	A	B	C
1	$f$ est une fonction dérivable en $-1$ telle que $f(-1) = 3$ et $f'(-1) = -2$ . Une équation de la tangente à la courbe représentant $f$ au point d'abscisse $-1$ est	$y = 2x + 3$	$y = 3x + 1$	$y = -2x + 1$
2	$\ln 54 - 2\ln 3$ est égal à	$\ln 9$	$\ln 3$	$\ln 6$
3	Dire que deux événements A et B sont indépendants signifie que	$P(A \cap B) = P(A) + P(B)$	$P(A \cap B) = 0$	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
4	À une tombola, 100 billets sont mis en vente parmi lesquels un billet sur deux est gagnant. Xavier achète 2 billets. La probabilité qu'il achète au moins 1 billet gagnant est	$\frac{1}{50}$	$\frac{149}{198}$	$\frac{4949}{4950}$
5	A et B sont deux événements tels que $P(A) \neq 0$ . Alors $P(A \cap B) =$	$P_A(B) \times P(A)$	$P_A(B) \times P(B)$	$P_B(A) \times P(A)$

### EXERCICE 2

**7 points**

Pierre et Jean collectionnent des cartes postales.

À ce jour Pierre en possède 5 000 et Jean 3 000.

Pierre a remarqué que sa collection augmentait de 500 chaque année, et Jean pense qu'il peut voir sa collection augmenter de 15 % annuellement.

Dans toute la suite de l'exercice, on désigne par  $n$  un entier naturel non nul.

1. On note  $a_n$  le nombre de cartes postales que possédera Pierre dans  $n$  années.
  - a. Justifier que la suite  $(a_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $a_0 = 5000$  et de raison 500.
  - b. Exprimer  $a_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. Représenter graphiquement cette suite pour  $0 \leq n \leq 10$ . On prendra un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  dans lequel 1 cm représente une année sur l'axe (Ox) et 1 cm représente 1 000 cartes postales sur l'axe (Oy).
2. On note  $b_n$  le nombre de cartes postales que possédera Jean dans  $n$  années.
  - a. Démontrer que la suite  $(b_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $b_0 = 3000$  et préciser sa raison.
  - b. Exprimer  $b_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. Représenter graphiquement cette suite pour  $0 \leq n \leq 10$  sur le graphique précédent.
3. À partir de quelle année, la collection de Jean est-elle plus importante que celle de Pierre ?

## EXERCICE 3

8 points

## Construction du nombre d'or

1. On appelle nombre d'or le réel noté  $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ .  
Démontrer que ce nombre vérifie la relation (1) :  $\Phi^2 = \Phi + 1$ .
2. On appelle rectangle d'or, un rectangle dont le quotient de la longueur par la largeur est égal au nombre  $\Phi$ .  
On donne quatre points A, B, C et D tels que le rectangle ABCD soit un rectangle d'or. (voir figure ci-dessous).  
On appelle respectivement E et F les points des segments [BC] et [AD] tels que le quadrilatère ABEF soit un carré.  
On pose  $AB = \ell$ .
  - a. Exprimer la longueur AD en fonction de  $\ell$  et de  $\Phi$ .
  - b. Montrer que  $\frac{EF}{FD} = \frac{1}{\Phi - 1}$ .
  - c. En utilisant la relation (1), montrer que  $\Phi(\Phi - 1) = 1$ , puis que  $\frac{1}{\Phi - 1} = \Phi$ .
  - d. Que peut-on en déduire pour le rectangle grisé FDCE ?
3. Soit K le milieu de [BE].
  - a. Exprimer KF en fonction de  $\ell$ .
  - b. Montrer que  $KC = \left(\Phi - \frac{1}{2}\right) \times \ell$ .
  - c. En déduire que  $KF = KC$ .
  - d. En déduire une construction géométrique d'un segment dont la longueur est le nombre d'or  $\Phi$  (faire une figure et expliquer les étapes de la construction).

