∾ Baccalauréat La Réunion septembre 1995 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Enseignement de spécialité

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral ABC tel que $\left(\overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AC}}\right) = \dfrac{\pi}{3}$.

On désigne par r_{A}, r_{B} et r_{C} les rotations de centre A, B et C et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

Et par D et E les points tels que : $r_{\text{B}}(\text{A}) = \text{D}$ et $r_{\text{C}}(\text{D}) = \text{E}$.

1. Démontrer que $r_{\text{C}} \circ r_{\text{B}} \circ r_{\text{A}}$ est la symétrie centrale de centre B.
   Préciser alors la position du point E.
2. On admet qu'il existe une seule similitude plane directe de rapport $\dfrac{1}{2}$ et d'angle $\dfrac{-2\pi}{3}$ qui transforme A en B.
   On nomme $\mathscr{S}$ cette similitude.
   Calculer le rapport $\dfrac{\text{BD}}{\text{AE}}$ ainsi qu'une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{\text{AE}}, \overrightarrow{\text{BD}}\right)$.
   En déduire que $\mathscr{S}(\text{E}) = \text{D}$.
3. Soit Ω le centre de la similitude $\mathscr{S}$.
   Montrer que Ω appartient aux cercles circonscrits aux triangles ABC et DBE.
   Construire Ω.
4. **a.** Démontrer que $\mathscr{S}$ transforme la droite (AC) en (CB).

   b. Démontrer que l'image par $\mathscr{S}$ du cercle circonscrit au triangle ACE est le cercle de diamètre [BD].
   En déduire que l'image de C par la similitude $\mathscr{S}$ est le point I, milieu du segment [DE].