Baccalauréat ES La Réunion juin 2006

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution de la vente de pots de plantes vertes en milliers de pots en France, de 1999 à 2004.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de pots de plantes (en milliers de pots)	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180

Pour ce nuage de points, un ajustement affine ne semble pas adapté. On cherche alors un ajustement exponentiel.

1. On pose $z_i = \ln y_i$.

a. Calculer les valeurs z_i, du tableau associées aux rangs x_i, en arrondissant au centième et pour i variant de 1 à 6. *On portera ces valeurs dans le tableau situé sur l'annexe* 1.

b. Construire, sur une feuille de papier millimétré, le nuage de points $N_i\,(x_i\ ;\ z_i)$, dans le repère orthogonal défini de la manière suivante :

— sur l'axe des abscisses, on place O à l'origine et on prend 2 cm pour représenter 1 année

— sur l'axe des ordonnées, on place 8,50 à l'origine et on prend 1 cm pour représenter $0,01$.

2. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (*on ne demande pas le détail des calculs*). Les coefficients seront arrondis au centième.

b. Tracer la droite d dans le repère précédemment défini.

c. Déterminer la relation entre y et z, sous la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$, qui traduit l'équation de la droite d'ajustement d. Le nombre A est arrondi à l'unité et le nombre B arrondi au centième.

3. a. On suppose que l'évolution de la vente reste conforme à l'ajustement calculé à la question 2.

Donner alors une estimation du nombre de pots qu'on peut espérer vendre en 2006, exprimé en milliers de pots (résultat arrondi à l'unité).

b. Une étude concurrente donne une estimation pour 2006 de 5 085 milliers de pots vendus.

Calculer la différence entre les deux estimations. Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à la première estimation ? (on donnera une valeur approchée arrondie au centième de ce résultat).

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcll} u_1 & = & 12 & \text{et} \\ u_{n+1} & = & \dfrac{1}{3}u_n + 5 & \text{pour tout entier naturel } n \geqslant 1 \end{array}\right.$$

1. Utiliser les droites d'équations $y = x$ et $y = \dfrac{1}{3}x + 5$ pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n).

(*Cette construction est à faire sur le graphique de l'annexe* 3 - *exercice* 2 - *Spécialité*)

Que peut-on conjecturer à propos de la limite de la suite (u_n) ?

2. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, par : $v_n = u_n - \dfrac{15}{2}$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$.

b. Exprimer alors v_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de la suite (v_n) puis en déduire la limite de la suite (u_n).

3. Est-il possible de déterminer n de sorte que :

a. $u_n - \dfrac{15}{2} \leqslant 10^{-6}$?

b. $u_n - \dfrac{15}{2} \geqslant 10^{6}$?

Exercice 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de transports routiers dispose de 16 camions dont :

- 9 sont considérés comme « anciens »
- 4 sont considérés comme « récents »
- 3 sont considérés comme « neufs ».

Partie A

L'entreprise décide d'observer l'état des 16 camions pendant une période donnée. On sait de plus que, pendant cette période, la probabilité que :

- un camion « ancien » ait une panne, est égale à 0,08
- un camion « récent » ait une panne, est égale à 0,05
- un camion « neuf » ait une panne, est égale à 0,002 5.

On choisit au hasard un camion parmi les 16. On note les évènements suivants :

A : « le camion est ancien »

R : « le camion est récent »

N : « le camion est neuf »

D : « le camion a une panne ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant les éventualités associées au choix d'un camion.

2. Calculer la probabilité que le camion choisi soit récent et ait une panne (*on donnera, pour cette question et les deux suivantes, à chaque fois une valeur approchée du résultat arrondie à* 10^{-4} *près*)

3. Calculer la probabilité que le camion choisi ait une panne.

4. Calculer la probabilité que le camion soit neuf sachant qu'il n'a pas de panne.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse seulement aux camions « neufs ».

(*on donnera, pour chacune des questions suivantes, une valeur approchée du résultat arrondie au millième*).

Un camion peut être indisponible pour des raisons de matériel ou de personnel. Chaque camion neuf a de façon indépendante une probabilité d'indisponibilité de $0,01$.

Déterminer la probabilité pour qu'un jour donné :

1. tous les camions « neufs » soient indisponibles (évènement T)

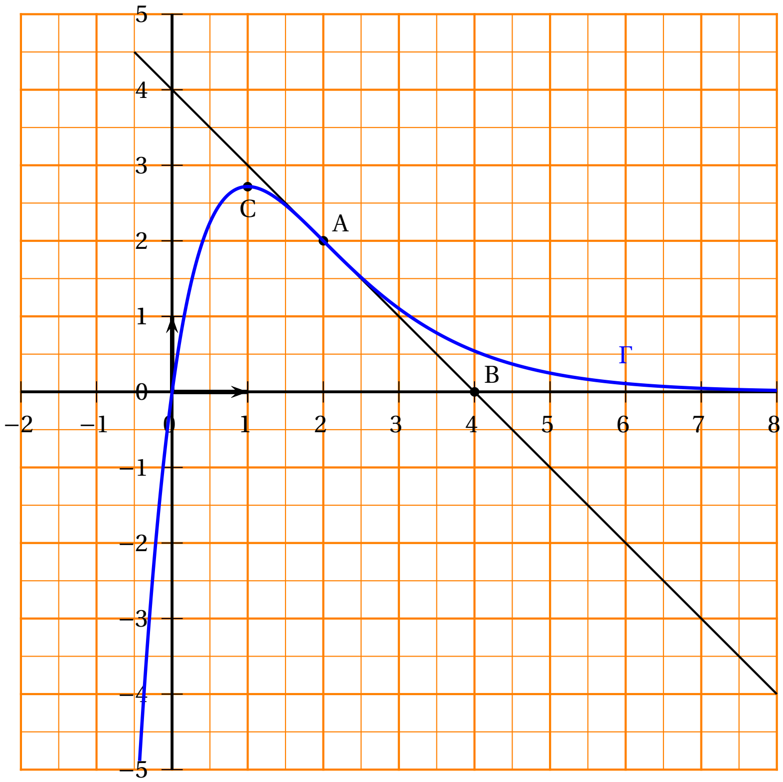
2. un camion « neuf » au moins soit indisponible (évènement M)

3. deux camions « neufs » exactement soient disponibles (évènement S).

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormal, la courbe représentative Γ d'une fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe Γ passe par les points O(0 ; 0) et A (2 ; 2).
La droite (AB) est la tangente en A à la courbe Γ. La tangente à Γ au point C d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement les valeurs de $g(0)$, $g(2)$, $g'(1)$, $g'(2)$.
2. Une des représentations graphiques présentées sur l'annexe 2, représente la fonction dérivée g' de g et une autre représente une primitive G de g sur $\mathbb{R}$.
   Déterminer la courbe associée à la fonction g' et celle associée à G ; vous justifierez votre choix à l'aide d'arguments basés sur l'examen des représentations graphiques.
3. On suppose que la fonction g est de la forme : $g(x) = (x+a)\mathrm{e}^{bx+c}$ où a, b et c sont des nombres réels.
   a. Démontrer que $a = 0$ et que $c = -2b$.
   b. Déterminer $g'(x)$ en fonction de b et de x.
   c. Calculer alors les valeurs de b et de c.
4. Démontrer que la fonction G définie par $G(x) = -(x+1)\mathrm{e}^{2-x}$ est une primitive de g sur $\mathbb{R}$.
5. Calculer l'aire $\mathcal{K}$, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe Γ et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte. On portera la réponse dans le tableau prévu en annexe (Annexe 1).
Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 *point ; une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point. Si le total de point est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

1. L'expression $f(x) = x\left(1+\mathrm{e}^{-x}\right)+1$ peut aussi s'exprimer ainsi :
   a. $f(x) = \ln \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-x}\left(x + x\mathrm{e}^{x}\right)$
   b. $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$
   c. $f(x) = x\mathrm{e}^{-x} + 1 + \mathrm{e}^{x}$
2. Deux fonctions u et g sont connues par leurs tableaux de variations.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$u(x)$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

   On a alors :
   a. $g[u(-1)] = -1$
   b. $g[u(-2)] = -2$
   c. $g[u(-1)] = -2$
3. En considérant les fonctions u et g précédentes , on a :
   a. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g[u(x)] = 4$
   b. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g[u(x)] = -\infty$
   c. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g[u(x)] = +\infty$
4. En considérant la fonction g de la question 2, l'équation $g(x) = 3$ admet :
   a. exactement une solution sur $[-4\ ;\ 2]$
   b. exactement une solution sur $[-3\ ;\ +[$
   c. exactement une solution sur $]-\infty\ ;\ -2]$
5. Dire que la droite d'équation $y = x-1$ est asymptote oblique en $+\infty$ à la courbe représentative d'une fonction f dans un repère du plan, revient à dire que :
   a. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$

b. $\lim\limits_{x \to 0} [f(x) - (x-1)] = +\infty$

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$

6. La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{-x^2+1}$ est :

a. une primitive de la fonction qui à x associe : $-x\mathrm{e}^{-x^2+1}$

b. une primitive de la fonction qui à x associe : $-2x\mathrm{e}^{1-x^2}$

c. la dérivée de la fonction qui à x associe : $-2x\mathrm{e}^{1-x^2}$

7. Une fonction f est connue par son tableau de variations :

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1+\mathrm{e}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Soit F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On peut affirmer que :

a. F est croissante sur $]-\infty\,;\,3]$

b. F' est positive sur $\mathbb{R}$

c. F est croissante sur $[3\,;\,5]$

8. La fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{4\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 4}$ a pour représentation graphique la courbe $\mathscr{C}$, dans un repère donné. On peut dire alors que :

a. la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

b. la droite d'équation $x = -4$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$

c. la droite d'équation $x = 4$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

9. Pour toute fonction f continue et positive sur $[-1\,;\,1]$ si $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de f dans un repère donné du plan, alors $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

a. la valeur moyenne de f sur $[-1\,;\,1]$.

b. l'aire, en unités d'aire, du domaine sous la courbe $\mathscr{C}_f$, entre les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$.

c. égale à $f(1) - f(-1)$.

10. a et b étant deux nombres réels strictement positifs, $\ln(a + b)$ est égale à :

a. $(\ln a) \times (\ln b)$.

b. $\ln a + \ln\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right) + \ln b$.

c. $\ln a + \ln b$.

ANNEXE 1 à rendre avec la copie

Exercice 1 (question 1. a.)

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de pots de plantes	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180
$z_i = \ln y_i$						

Exercice 4

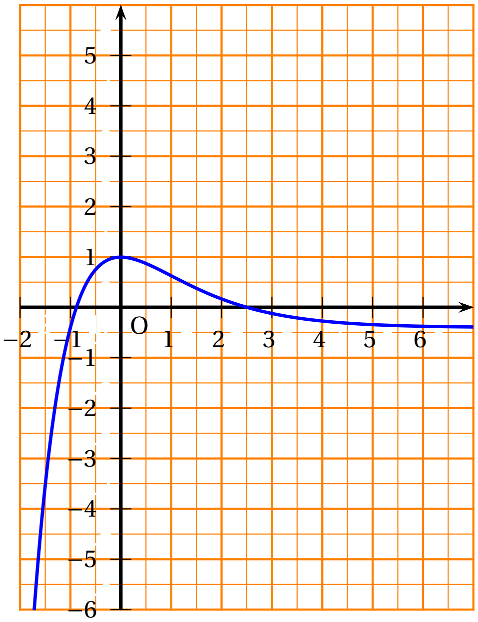
Pour chaque question du Q.C.M., cocher la case correspondant à la bonne réponse

Questions	Réponse a.	Réponse b.	Réponse c.
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

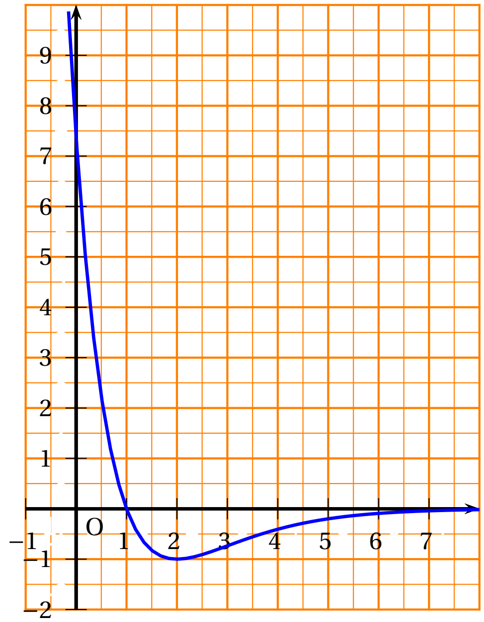
ANNEXE 2 : cette feuille n'est pas à rendre avec la copie

Courbes de l'exercice 3 - question 1

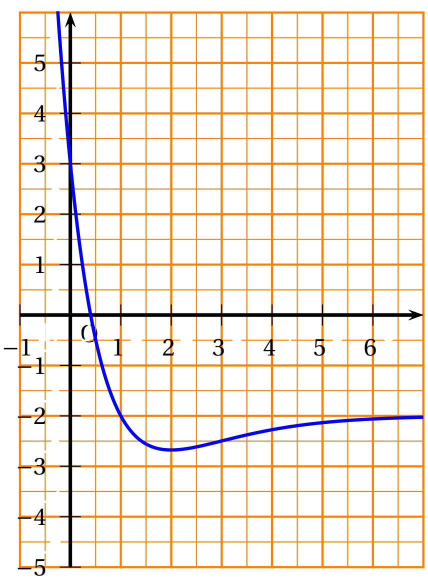
Courbe 1



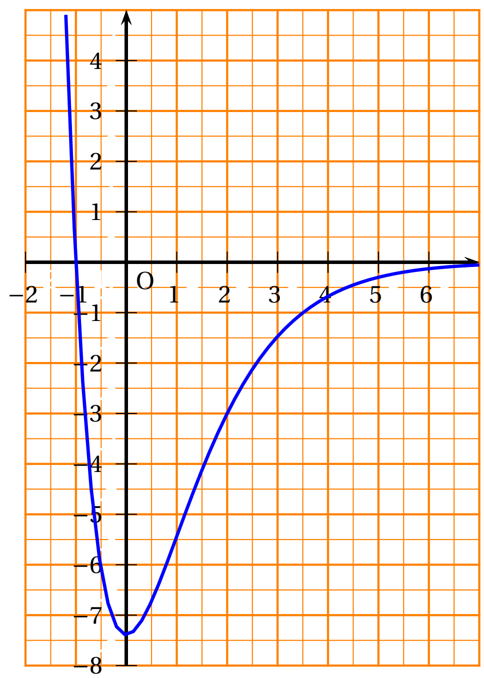
Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4



ANNEXE 3 : Exercice 2 - Spécialité

À rendre avec la copie