

∞ Baccalauréat C La Réunion février 1960 ∞

I. - 1^{er} sujet

Montrer que, dans tout trièdre, une face quelconque est inférieure à la somme des deux autres.

I. - 2^e sujet

Puissance d'un point par rapport à un cercle ou une sphère.

Axe radical de deux cercles.

Plan radical de deux sphères.

I. - 3^e sujet

Cercles orthogonaux d'un même plan.

Sphères orthogonales.

Condition d'orthogonalité de deux cercles d'un même plan ou de deux sphères.

II.

1. On considère un carré OABC dont le côté a pour longueur l'unité.

M étant un point de OA, d'abscisse $OM = x$ ($0 < x < 1$), on envisage le carré $MNPQ$ inscrit dans OABC (c'est-à-dire dont les sommets sont situés respectivement sur les côtés de OABC).

Quels sont, lorsque M décrit OA, les lieux géométriques des milieux des côtés du carré $MNPQ$?

2. Quelle est la puissance de O par rapport au cercle circonscrit à ce dernier carré?

En déduire la distance du point O à sa polaire par rapport au cercle, ainsi que le périmètre p du carré formé par les polaires, par rapport au même cercle, des quatre points O, A, B, C.

En désignant par s l'aire du carré $MNPQ$, montrer que le rapport $\frac{p}{s}$ reste constant lorsque M décrit OA.

3. Étant donné un angle droit xOy , on considère tous les carrés $MNPQ$ dont les deux sommets consécutifs M et N sont situés respectivement sur Ox et Oy , les carrés étant tout entier à l'intérieur de l'angle xOy .

Préciser les régions du plan constituées respectivement par les ensembles de points P ou Q et trouver le lieu des centres des différents carrés $MNPQ$.

Construire le carré $MNPQ$ lorsqu'on fixe le point P.

4. On envisage, plus particulièrement, les carrés $MNPQ$ pour lesquels le côté MN passe par le point fixe I de la bissectrice de l'angle xOy tel que $OI = \sqrt{2}$.

La position de MN étant définie par l'angle

$$\left(\overrightarrow{NO}, \overrightarrow{NM} \right) = \varphi \left(0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

exprimer, en fonction de φ , les coordonnées des points P et Q relativement aux axes Ox , Oy .

Que peut-on dire a priori des positions relatives des lieux géométriques des points P et Q lorsque MN tourne autour du point I.

Former la relation liant les coordonnées x et y de P et construire la courbe lieu de ce point.

5. À quelles conditions un cercle (C) donné, dans l'angle xOy , par son centre C et son rayon R peut-il être le cercle inscrit :

- dans l'un des carrés généraux définis au 3. ;
- dans l'un des carrés particuliers définis au 4. ?