

⌘ Baccalauréat ES La Réunion juin 1995 ⌘

EXERCICE 1

5 points

Commun à tous les candidats

À propos de pourcentages

1. Dans un pays X, l'inflation était de 15 % au cours du mois d'octobre 1994. S'il en est de même au cours du mois de novembre 1994, peut-on dire que l'inflation aura été de 30 % sur l'ensemble des 2 mois?
Justifier.
2. Deux sociétés A et B proposent à leurs clients les placements suivants :
A propose un intérêt de 9 % par an.
B propose un intérêt de 0,75 % par mois.
Dans les deux cas, les intérêts sont ajoutés au capital à la fin de chaque période de référence; année pour A, mois pour B.
 - a. Si un client place un capital de 1 000 000 F, que sera devenu ce capital au bout d'une année dans les deux cas?
 - b. Laquelle des deux sociétés offre le placement le plus avantageux pour les clients?
3. Dire qu'un taux mensuel de t % est équivalent à un taux annuel de t' % signifie qu'une somme placée au taux mensuel de t % acquiert, au bout d'un an, la même valeur que si elle avait été placée au taux annuel de t' %. On a donc :

$$1 + \frac{t'}{100} = \left(1 + \frac{t}{100}\right)^{12}.$$

Calculer t à 10^{-2} près pour que t' soit égal à 15 (on pourra utiliser la fonction logarithme).

EXERCICE 2

5 points

Enseignement de spécialité

On lance simultanément un dé cubique bleu et un dé cubique rouge. Les faces de chacun de ces deux dés sont numérotées de 1 à 6.

À chaque lancer apparaît donc un couple de nombres. On suppose tous les résultats équiprobables.

On désigne par E l'évènement « la somme des deux nombres est supérieure ou égale à 10 ».

1. Montrer que la probabilité de E est égale à $\frac{1}{6}$.
2. On lance ces deux dés 10 fois de suite. Quelle est la probabilité que l'évènement E soit réalisé exactement 3 fois? (on donnera une valeur décimale arrondie à 10^{-3} près).
3. On lance les deux dés n fois de suite.
 - a. Montrer que la probabilité p_n que E soit réalisé au moins une fois est égale à $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$.
 - b. Quel est le nombre minimum de lancers pour que cette probabilité p_n soit supérieure à 0,9?
 - c. Quelle est la limite de p_n quand n tend vers $+\infty$?

PROBLÈME

5 points

1. On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x.$$

(\ln désigne le logarithme népérien)

g' désignant la fonction dérivée de g , calculer $g'(x)$.

Étudier le sens de variation de g . Calculer $g(1)$.

En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

2. On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = -x + 5 - 2\frac{\ln x}{x}.$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 1 cm).

- a. Étudier les limites de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers 0.
 - b. f' désignant la fonction dérivée de f , calculer $f'(x)$. Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
En déduire le signe de f' . Dresser le tableau de variations de f .
 - c. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 5$ est une asymptote à la courbe (C) . Étudier la position de (C) par rapport à (D) .
 - d. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1; 5]$. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} ?
 - e. Tracer (D) et (C) .
3. a. Calculer la dérivée de la fonction u définie sur $]0; +\infty[$ par

$$u(x) = (\ln x)^2.$$

En déduire une primitive H de la fonction h définie $\ln x$ sur $]0; +\infty[$ par

$$h(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

- b. On désigne par E la partie du plan limitée par la courbe (C) , la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.
Mettre E en évidence sur le graphique.
Calculer l'aire, en cm^2 , de cette partie E .