Baccalauréat Mathématiques La Réunion juin 1954

I.

1er sujet

Résoudre et discuter l'équation $a\cos x + b\sin x = c$, en n'utilisant qu'une seule méthode.

I.

2^{e} sujet

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

I.

3^{e} sujet

Limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ lorsque x tend vers 0.

Dérivée de $y = \sin x$. (L'arc x est supposé exprimé en radians.)

II.

On considère, dans un plan une droite D, un point O sur cette droite et deux autres droites, Δ et Δ', passant par O. On suppose que les demi-droites OΔ et OΔ' situées d'un même côté de D font, avec la même demi-droite OD, les angles respectifs

$$\widehat{\text{OD, O}\Delta} = 30°, \quad \widehat{\text{OD, O}\Delta'} = 45°.$$

Sur OΔ' on prend le point P tel que OP $= a$.

1. Trouver sur Δ les points M équidistants du point P et de la droite D.

   On posera OM $= x$ et l'on déterminera x.

   M_1 et M_2 étant les points cherchés, montrer que PO est la bissectrice extérieure de l'angle en P du triangle PM_1M_2.

   I étant le point de rencontre de la bissectrice intérieure de cet angle avec le côté opposé, M_1M_2, calculer OI en fonction de a.
2. Traiter le problème de la détermination des points M_1 et M_2 géométriquement, dans le cas général où les angles OD, OΔ, et OD, OΔ' sont quelconques.

   D et Δ étant seules données, trouver le lieu géométrique des points P tels que les points M_1 et M_2 soient confondus sur Δ'.

   P et D étant seuls donnés, indiquer la construction des droites Δ telles que les points M_1 et M_2 qu'elles portent soient confondus.
3. Quel est le lieu géométrique des projections orthogonales du point P sur les droites Δ obtenues à la fin du paragraphe précédent.

   On considère trois de ces droites :

   Δ_1, Δ_2, Δ_3 ; on suppose Δ_1 et Δ_2 fixes et Δ_3 variable ; trouver, lors de cette variation, le lieu géométrique du centre du cercle circonscrit au triangle formé par ces trois droites.
4. Déduire du **3.** que, lorsque Δ_1 et Δ_2 restent fixes, les points d'intersection, M$'$ et M$''$, de Δ_3 avec Δ_1, et Δ_2 décrivent, sur Δ_1, et Δ_2, des divisions semblables ; on entend par là que le segment déterminé par deux positions de M$'$ sur Δ_1 est dans un rapport constant avec le segment déterminé par les positions homologues de M$''$ sur Δ_2.

   Quel est le point double, ou centre, de la similitude transformant M$'$ en M$''$?

   Que faut-il pour que les segments correspondants sur Δ_1, et sur Δ_2 soient égaux ?

   Déduire du résultat obtenu que, si les tangentes à une parabole aux extrémités, A et B, d'une corde perpendiculaire à l'axe en I, se coupent en C, le sommet de la parabole est le milieu de IC.