∽ Baccalauréat Mathématiques La Réunion septembre 1955 ∾

I.
1$^{\text{er}}$ sujet

Plus grand commun diviseur de deux nombres ; recherche par la méthode des divisions successives.
Application aux nombres 765 et 480.

I.
2$^{\text{e}}$ sujet

Caractères de divisibilité par 9 et 11.
Application au nombre 35 427.

I.
3$^{\text{e}}$ sujet

Définition de la racine carrée exacte ou approchée à une unité près par défaut d'un nombre entier.
Expliquer directement la méthode de calcul pour le nombre 2 283.

II.

On considère une parabole P de directrice D, de sommet S, de paramètre p. On oriente l'axe de symétrie Sx de S vers le foyer.

1. Soit Δ une droite variable, parallèle à une direction fixe. On posera

$$\theta = (\mathrm{S}x,\, \Delta) \quad \text{avec } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

   Construire les points d'intersection, M et M$'$, de Δ avec P.
   Discussion.
   Lorsque Δ n'a qu'un point commun, ω, avec P, on considère l'axe Y$'\omega$ Y porté par Δ et l'axe ωX parallèle à Sx et de même sens ; l'orientation de Y$'\omega$Y est telle que $(\omega\mathrm{X}, \omega\mathrm{Y}) = \theta$; ωX coupe MM$'$ en I.
   Déterminer la position de I sur MM$'$.
   Montrer que $\overline{\omega\mathrm{I}} = X$ et $\overline{\mathrm{IM}} = Y$ sont liés par une relation de la forme $Y^2 = 2PX$, où P est une fonction de p et de θ, que l'on déterminera.
   Peut-on avoir $Y = P$?
   Préciser alors la position particulière de Δ et déterminer sur la figure un autre segment que IM, de mesure P.
   Que deviennent les résultats précédents pour $\theta = \dfrac{\pi}{2}$?

2. Étudier les variations de la fonction P de la seule variable θ pour $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$. Tracer la courbe représentative, dont on déterminera les tangentes pour
   $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ et $\theta = \dfrac{\pi}{4}$.
   Calculer l'aire limitée par l'axe des θ, l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse $\dfrac{\pi}{4}$, l'arc de la courbe et l'ordonnée variable du point d'abscisse θ.
   On précisera la valeur particulière de cette aire pour

$$\theta = \frac{\pi}{2}.$$

   Que peut-on dire de cette aire lorsque $\theta \to 0$?

3. On considère deux axes OX et OY tels que (OX, OY) $= \theta$.

Soit M un point mobile du plan dont les projections sur OX parallèlement à OY et sur OY parallèlement à OX sont respectivement m et n. On pose

$$\overline{\mathrm{O}m} = \mathrm{X} = 2at^2, \quad \overline{\mathrm{O}n} = \mathrm{Y} = 2at.$$

Construire la trajectoire du point M en précisant sa nature.

Construire le vecteur vitesse à l'instant t et calculer sa longueur r.

Déterminer le vecteur accélération γ.

Étudier les variations de la fonction

$$z = v^2$$

en fonction de t.

Que deviennent les résultats précédents pour $\theta = \dfrac{\pi}{2}$?

4. On considère les axes OX et OY de la question **3.**

Soient alors μ et ν les projections orthogonales de M sur les axes OX et OY. On pose

$$\overline{\mathrm{O}\mu} = \xi = 2at^2, \quad \overline{\mathrm{O}\nu} = \eta = 2at.$$

Déterminer les composantes du vecteur vitesse à l'instant t. On examinera le cas particulier $t = 0$.

En introduisant l'axe Oy défini par (Ox, Oy) $= \dfrac{\pi}{2}$ et en désignant par x et y les coordonnées de M relatives à ces axes, établir une relation indépendante de t vérifiée par x et y.

Par une rotation des axes d'angle α convenablement choisi, déterminer la nature de la trajectoire de M.