

♣ Série mathématiques et mathématiques et technique ♣
Baccalauréat La Réunion septembre 1958

I

1^{er} sujet

Produit de deux rotations planes.

2^e sujet

Polaire d'un point par rapport à deux droites.

Application au quadrilatère complet.

3^e sujet

Équation d'une ellipse rapportée à ses axes de symétrie.

II

On considère dans un plan fixe orienté deux axes fixes $x'Ox$ et $y'Oy$ tels que

$$(\text{Ox}, \text{Oy}) = \frac{\pi}{2}.$$

Soient A et A' les points de $x'x$ tels que

$$\overline{\text{OA}} = -\overline{\text{OA}'} = a$$

(a étant une constante positive), (C) le cercle de centre A passant par O, (Δ) la perpendiculaire en A à $x'x$.

Un axe $X'OX$ défini par l'angle $(\text{Ox}, \text{OX}) = \theta$ ($-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) coupe (C) en P et (Δ) en Q.

On désigne par M le point de $X'X$ défini par $\overrightarrow{\text{OM}} = \overrightarrow{\text{PQ}}$.

Partie A

1. Calculer en fonction de θ les coordonnées x et y de M; en déduire que l'ordonnée y de M s'exprime par l'une des relations

$$y = x \frac{\sqrt{a+x}}{a-x} \quad \text{ou} \quad y = -x \frac{\sqrt{a+x}}{a-x}.$$

2. Étudier les variations de la fonction

$$y = x \frac{\sqrt{a+x}}{a-x} :$$

courbe représentative, asymptote de cette courbe et tangentes aux points O et A'.

En déduire la courbe représentative (Γ) de la fonction

$$y = \pm x \frac{\sqrt{a+x}}{a-x}.$$

3. Une droite de coefficient angulaire t , passant par A' , coupe (Γ) en deux points M' et M'' distincts de A' et $y'y$ en I.
Quelle est l'équation de cette droite? Quelles sont les abscisses des points M' et M'' ?
Calculer $\overline{IM'}^2$, $\overline{IM''}^2$ et \overline{OI}^2 .
En déduire que $IM' = IM'' = OI$.
Que peut-on dire alors du cercle de diamètre $M'M''$?
4. Démontrer que (Γ) est globalement invariante par l'inversion de centre A' et de puissance a^2
Que peut-on en conclure pour les tangentes à (Γ) aux points M' et M'' ?

Partie B

1. Quelle est l'enveloppe de la médiatrice de $[MP]$?
2. Soit F le point de l'axe $x'x$ tel que $\overline{OF} = -2a$.
Ce point se projette en H sur la perpendiculaire en M à la droite OM.
Quel est le lieu de H?
3. Quelle est l'enveloppe de la droite (MH)?

N. B. - Les parties A et B sont indépendantes.