La Réunion septembre 1956
Baccalauréat série mathématiques

I. 1er sujet

Résoudre l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

Application : $\sqrt{3}\cos x + \sin x = c$.

I. 2e sujet

Résoudre un triangle, connaissant les côtés a et b et l'angle A.

I. 3e sujet

Étudier les variations de la fonction

$$y = \cos x + \frac{1}{2}\sin 2x;$$

courbe représentative; intersections de cette courbe et de Ox.

II. Problème

1. On donne un point F et deux cercles : $\left(\mathrm{F}'_1\right)$, de centre F'_1 et de rayon $2a_1$, et $\left(\mathrm{F}'_2\right)$, de centre F'_2 et de rayon $2a_2$; on suppose que F n'appartient à aucun de ces deux cercles.

   Soit (C_1) la conique admettant F pour foyer et $\left(\mathrm{F}'_1\right)$ pour cercle directeur, et (C_1) la conique admettant F pour foyer et $\left(\mathrm{F}'_2\right)$ pour cercle directeur.

   a. Construire, sans discuter, les points communs à (C_1) et à (C_2). (On pourra utiliser une inversion de pôle F.)

   b. Construire les droites (D) tangentes communes à (C_1) et à (C_2).

   Préciser les points de contact.

   Discuter.

   Déduire de la discussion une condition nécessaire et suffisante pour que deux coniques ayant un foyer commun soient tangentes.

2. On envisage les coniques (C) qui ont un cercle directeur (F), de centre F et de rayon $2a$ donné, et qui sont tangentes à une droite donnée (D). (On désigne par d la distance de F à (D), et l'on suppose $d > 2a$.)

   a. Construire les deux coniques de cette famille qui touchent (D) en un point donné T ; soient $\left(\mathrm{F}'_1\right)$ et $\left(\mathrm{F}'_2\right)$ leurs seconds foyers.

   Former une relation entre les carré de leurs distances focales.

   Étudier, lorsque T varie sur (D), la famille des cercles circonscrits aux triangles $\mathrm{F}\left(\mathrm{F}'_1\right)\left(\mathrm{F}'_2\right)$.

   b. Enveloppe des cercles directeurs $\left(\mathrm{F}'_2\right)$ des conique (C).

   En déduire que toutes les coniques (C) sont tangentes à une conique fixe, que l'on précisera.