

**☞ Baccalauréat La Réunion septembre 1966**  
**série mathématiques élémentaires**

**I.**

1. Mettre le trinôme bicarré  $x^4 - 5x^2 + 4$  sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
2. Construire le graphe de la fonction  $y = x^4 - 5x^2 + 4$  relativement à un système d'axes  $x'Ox, y'Oy$  orthonormé.
3. La portion du graphe correspondant aux valeurs de  $x$  de l'intervalle  $-2 \leq x \leq 2$  comprend trois arcs, limitant chacun, avec le segment correspondant de  $x'x$ , un domaine, dont l'aire sera regardée comme positive ou négative suivant qu'il est situé, par rapport à  $x'x$ , du côté de  $Oy$  ou du côté de  $Oy'$ .

Calculer la somme algébrique des aires des trois domaines précédents.

**II.**

Soit un repère cartésien orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

On appelle « formules de la transformation  $T$  » les relations

$$X = f(x; y), \quad Y = g(x; y),$$

qui permettent de déterminer le point  $M(X; Y)$ , transformé de  $m(x; y)$  par  $T$ .

**Partie A**

1. Montrer que le système

$$X = \frac{kx}{x^2 + y^2}, \quad Y = \frac{ky}{x^2 + y^2},$$

où  $k$  est un nombre réel non nul, caractérise l'inversion de pôle  $O$ , de puissance  $k$ .

2. Donner les formules caractérisant la translation de vecteur  $h\vec{i}$ ,  $h$  étant un nombre réel non nul.

**Partie B**

On définit la transformation  $U = T \circ J$ , produit de l'inversion  $J$  de pôle  $O$  de puissance  $-3$  (effectuée d'abord) par la translation  $T$  de vecteur  $4\vec{i}$ .

1. Montrer que la transformation réciproque  $U^{-1}$  de  $U$  est la transformation  $U^{-1} = J \circ T^{-1}$ , où  $T^{-1}$  est la translation réciproque de  $T$ .
2. Donner les formules de la transformation  $U$  et celles de la transformation  $U^{-1}$ .  
Déterminer les points doubles de  $U$ .

3. Déterminer la courbe transformée par  $U$  du cercle  $(\gamma)$  d'équation

$$x^2 + y^2 - 3x = 0.$$

4.  $\omega$  étant le centre de  $(\gamma)$ , tout point  $p$  de  $(\gamma)$  est déterminé par

$$\left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{\omega p}\right) = \varphi \pmod{2\pi}.$$

Former, en fonction du paramètre  $\varphi$ , l'équation de la tangente  $(D_p)$  en  $p$  à  $(\gamma)$ .

Trouver, par des méthodes de géométrie analytique, la courbe  $(C_p)$  transformée de  $(D_p)$  par  $U$ . Retrouver géométriquement le résultat.

5.  $(C_p)$  est en général un cercle. Former l'équation de l'ensemble des centres des cercles  $(C_p)$  lorsque  $\varphi$  varie.