✑ Baccalauréat C Laos septembre 1970 ✑

EXERCICE 1

Déterminer, en utilisant les congruences de module 5, tous les couples $(x\ ;\ y)$ d'entiers relatifs, solutions de l'équation suivante :

$$4x = 5y + 1.$$

EXERCICE 2

Étudier les variations de la fonction f telle que

$$x \xrightarrow{f} f(x) = 1 + 2\sqrt{x^2 - 1}.$$

Tracer, en repère orthonormé, la courbe représentant ces variations.

EXERCICE 3

On donne, dans un plan, le cercle de centre O et de rayon a, appelé cercle (O).
On appelle cercle (C) tout cercle de ce plan orthogonal au cercle (O). Soit (E) l'ensemble des cercles (C).

1. On donne un point ω du plan. Construire le cercle (C_1) de l'ensemble (E) ayant pour centre ω. Discuter. Quel est l'inverse de ce cercle dans l'inversion de pôle o de puissance a^2 ? Quel est l'inverse de son centre ? Définir l'ensemble des cercles (C) de (E) qui sont orthogonaux au cercle (C_1)
2. On donne un point A du plan, distinct de O. Définir l'ensemble des cercles (C) de (E) qui passent par A.

   Construire le cercle (C) de (E) qui passe par deux points donnés, A et B, distincts de O. Discuter.
3. On donne une droite (D) du plan et l'on appelle H la projection orthogonale du point O sur la droite (D).

   Montrer que l'ensemble des cercles (C) de (E) qui sont centrés sur la droite (D) constitue un faisceau de cercles F et que la puissance de H par rapport à ces cercles est donnée par la formule

   $$P(\text{H}) = a^2 - \text{OH}^2.$$

   Discuter la nature du faisceau F suivant la position de la droite (D) par rapport à (O).

   Construire, suivant le cas, les points de base ou les points limites du faisceau F.
4. Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
   - **a.** On donne le point ω de coordonnées $\left(x_0\ ;\ y_0\right)$ Écrire, en fonction de x_0, y_0 et a, l'équation du cercle (C) de l'ensemble (E), ayant pour centre ω.
   - **b.** On donne le point A, distinct de O, de coordonnées $(\alpha\ ;\ \beta)$.

     Écrire, en fonction de α, β et a, l'équation du lieu géométrique des centres des cercles (C) de (E) qui passent par A.
   - **c.** On donne la droite d'équation $y = 2x$ et le point A, distinct de O, de coordonnées $(\alpha\ ;\ \beta)$.

     Calculer, en fonction de α, β et a, l'abscisse x_0 du centre du cercle (C) de (E) qui passe par A et qui est centré sur (D). Discussion.