

∞ Baccalauréat Laos<sup>1</sup> juin 1961 ∞  
Série mathématiques

**I. EXERCICE 1**

Étudier la variation de la fonction

$$y = \sin x \sin \left( \frac{\pi}{3} - x \right).$$

**I. EXERCICE 2**

On considère les droites (D) et ( $\Delta$ ) ayant respectivement pour équation

$$(D) \quad mx - (m+2)y + m - 2 = 0,$$

$$(\Delta) \quad (3m-2)x - (5m-2)y - (7m-6) = 0.$$

Indiquer, suivant les valeurs de  $m$ , si (D) et ( $\Delta$ ) se coupent en un point à distance finie, si elles sont parallèles, si elles sont confondues.

**II.**

On propose d'étudier les triangles non isocèles ABC tels que, si D, E, F sont les pieds des bissectrices intérieures, D', E', F' les 'pieds des bissectrices extérieures (D et D' sur BC, E et E' sur CA, F et F' sur AB), deux des segments DD', EE', FF' soient égaux.

On posera  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ . On supposera  $b < a < c$ .

On désignera par  $x$ ,  $y$ ,  $z$  les mesures des projections des médianes AA', BB', CC' sur les côtés correspondants BC, CA, AB.

1. On suppose d'abord le triangle quelconque.  
Calculer DD', EE', FF' en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .  
Trouver une relation entre DD', EE', FF'.
2. On suppose, dans tout ce qui suit,  $EE' = FF'$ .  
Montrer que les triangles T correspondants doivent satisfaire les relations suivantes :

$$2a^2 = b^2 + c^2, \quad by = cz.$$

Étudier les réciproques.

Quel est le lieu du sommet A si les sommets B et C sont donnés?

Montrer que les médianes BB' et CC' d'un triangle T sont également inclinées sur les côtés correspondants AC et AB.

3. Calculer, en fonction de  $a$  et de  $x$ , les longueurs des segments EE' et FF' et celle du segment DD'.
- Comment varie cette dernière si,  $a$  restant constant,  $x$  varie dans les limites voulues?
4. Montrer que les angles d'un triangle T satisfont la relation

$$2\cotg A = \cotg B + \cotg C.$$

Étudier la réciproque.

Résoudre un triangle T, connaissant  $a$  et A. Discuter.