Baccalauréat Lausanne série mathématiques
septembre 1946

1er sujet
Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles, en fonction de la distance des centres et de la distance du point à l'axe radical.
Application : Lieu des points dont la différence des puissances par rapport à deux cercles est constante.

2e sujet
Tangentes à une ellipse passant par un point donné.
Application : Lieu des points d'où l'on peut mener deux tangentes rectangulaires à une ellipse.

2e sujet
Construire les traces d'un plan défini par deux droites concourantes.
Cas particulier : le plan est défini par une horizontale et une frontale.

II.

On considère la fonction

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\lambda\sqrt{3}}{x}$$

où x est la variable indépendante et λ un paramètre.

1. Étudier les variations de y et indiquer la forme de la courbe représentative $(\mathcal{H}_\lambda)$.
   Montrer l'existence d'une asymptote oblique.
2. Soient $(\mathcal{H}_a)$ et $(\mathcal{H}_b)$ les courbes représentatives correspondant aux valeurs a et b du paramètre λ).
   Montrer que, pour des valeurs convenablement choisies de a et b, les deux courbes sont homothétiques par rapport à l'origine O des coordonnées.
3. Une parallèle (Δ) à Ox rencontre, sous certaines conditions, $(\mathcal{H}_\lambda)$ en deux points M et M$'$ et ses asymptotes en J et J$'$.
   Montrer que MM$'$ et II$'$ ont même milieu.
   Lieu de ce milieu quand (Δ) varie.
   Lieu des points de contact des tangentes parallèles à Ox.
4. On considère un axe $X'\mathrm{O}X$ tel que $(\mathrm{O}x, \mathrm{O}X) = \frac{\pi}{3}$ et l'axe $Y'\mathrm{O}Y$ perpendiculaire à $X'\mathrm{O}X$.
   Soient M un point du plan et P sa projection sur $X'\mathrm{O}X$. En projetant l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{PM}}$$

sur Ox et Oy, établir les relations entre les coordonnées x, y de M par rappo à xOy et ses coordonnées par rapport à XOY.

En déduire que $(\mathscr{H}_a)$ est une hyperbole dont on déterminera les sommets, les foyers et les directrices,