BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

A. P. M. E. P.

SOUS ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

Le GROUPEMENT Agencement de l'environnement architectural de 2001 à 2011

Brevet de technicien supérieur - session 2001
Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **10 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm)

A- Déterminer les constantes réelles a et b pour que la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-x}$$

passe par le point A de coordonnées $(0\,;\,4)$ el admette en ce point une tangente de coefficient directeur nul.

B- On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par

$$f(x) = (4-4x)\mathrm{e}^{-x}$$

et on note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Étudier les variations de f.
2. Donner une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de $f(0,25)$, $f(0,5)$, et $f(0,75)$.
3. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$.
4. On note H la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par

$$H(x) = (2\ x)\mathrm{e}^{-x}$$

   a. Calculer la dérivée de H et en déduire une primitive de f sur $[0\,;\,1]$.
   b. Calculer, en cm^2, l'aire de la portion de plan limitée par la courbe et les deux axes. (On donnera la réponse exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près).
5. En traçant les courbes symétriques de $(\mathscr{C})$ par rapport aux deux axes de coordonnées et par rapport à l'origine, on obtient une courbe fermée qui sera prise comme contour du fond d'une boîte cylindrique de hauteur 10 cm. Calculer, en cm^3, au cm^3 près, le volume de la boîte.

Exercice 2 **10 points**

Dans la production d'une entreprise on prélève 100 rouleaux de papier de tapisserie dont on mesure les longueurs. On obtient les résultats suivants :

Longueur en m	[9,93 ; 9,95[	[9,95 ; 9.97[	[9,97 ; 9,99[	[9,99 ; 10,01[	[10,01 ; 10,03[	[10,03 ; 10,05[	[10,05 ; 10,07[
Effectifs	5	11	23	25	19	13	4

A-

1. Construire l'histogramme de cette série.
2. En remplaçant chaque classe par son centre affecté de l'effectif correspondant, calculer la moyenne et l'écart-type de cette série à 10-3 près. (Le détail des calculs n'est pas demandé).

B- On note X la variable aléatoire qui, à un rouleau pris au hasard, associe sa longueur exprimée en mètres. On admet que X suit une loi normale de moyenne $m = 10$ et d'écart-type $\sigma = 0,03$.

1. Considérant que les rouleaux trop longs peuvent être recoupés, on décide qu'un rouleau est accepté si sa longueur est supérieure ou égale à 9,95 m.
Calculer la probabilité, à 10^{-2} près, qu'un rouleau pris au hasard dans la production :

 a. soit accepté.
 b. soit refusé.

2. Parmi les rouleaux acceptés, ceux dont la longueur est supérieure à 10,05 m sont recoupés avant expédition.

 a. Calculer $P(9,95 \leqslant X \leqslant 10,05)$ (on donnera l'arrondi à 10^{-2} près).
 b. Quelle est la probabilité qu'un rouleau pris au hasard dans la production soit accepté et expédié sans être recoupé ?

C- On admet dans cette partie que la probabilité qu'un rouleau pris au hasard dans la production soit refusé est $\mathbf{0,05}$.

On prélève au hasard 5 rouleaux dans la production. (Ce prélèvement est assimilé à un tirage de 5 rouleaux successivement avec remise). On appelle Y la variable aléatoire qui associe à chacun de ces prélèvements le nombre de rouleaux refusés parmi les 5.

1. Quelle est la loi de probabilité de Y ? (On précisera ses paramètres).

2. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité de chacun des évènements suivants :

 a. Parmi les 5 rouleaux, aucun n'est refusé.
 b. Parmi les 5 rouleaux, au moins 1 est refusé.

Brevet de technicien supérieur - session 2002
Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **10 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm)

Partie A

Déterminer les constantes réelles a et b pour que la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = (ax + b)\text{e}^x$$

passe par le point A de coordonnées $(0\,;\,4)$ et admette en ce point une tangente de coefficient directeur nul.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par

$$f(x) = (4 - 4x)\text{e}^x$$

et on note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Étudier les variations de f.
2. Donner une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de $f(0,25)$, $f(0,5)$, et $f(0,75)$.
3. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$.
4. On note H la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par

$$H(x) = (2 - x)\text{e}^x$$

   a. Calculer la dérivée de H et en déduire une primitive de f sur $[0\,;\,1]$.

   b. Calculer, en cm^2, l'aire de la portion de plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$ et les deux axes. (On donnera la réponse exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près).

5. En traçant les courbes symétriques de $(\mathscr{C})$ par rapport aux deux axes de coordonnées et par rapport à l'origine, on obtient une courbe fermée qui sera prise comme contour du fond d'une boîte cylindrique de hauteur 10 cm. Calculer, en cm^3, au cm^3 près, le volume de la boîte.

Exercice 2 **10 points**

Dans la production d'une entreprise on prélève 100 rouleaux de papier de tapisserie dont on mesure les longueurs. On obtient les résultats suivants :

Longueur en m	[9,93 ; 9,95[	[9,95 ; 9,97[	[9,97 ; 9,99[	[9,99 ; 10,01[	[10,01 ; 10,03[	[10,03 ; 10,05[	[10,05 ; 10,07[
Effectifs	5	11	23	25	19	13	4

Partie A

1. Construire l'histogramme de cette série.
2. En remplaçant chaque classe par son centre affecté de l'effectif correspondant, calculer la moyenne et l'écart-type de cette série à 10^{-3} près. (Le détail des calculs n'est pas demandé).

Partie B

On note X la variable aléatoire qui, à un rouleau pris an hasard, associe sa longueur exprimée en mètres. On admet que X suit une loi normale de moyenne $m = 10$ et d'écart-type $\sigma = 0,03$.

1. Considérant que les rouleaux trop longs peuvent être recoupés, on décide qu'un rouleau est accepté si sa longueur est supérieure ou égale à 9,95 m.
   Calculer la probabilité, à 10^{-2} près, qu'un rouleau pris au hasard dans la production
   a. soit accepté.
   b. soit refusé.
2. Parmi les rouleaux acceptés, ceux dont la longueur est supérieure à 10,05 m sont recoupés avant expédition.
   a. Calculer $P(9,95 \leqslant \text{X} \leqslant 10,05)$ (on donnera l'arrondi à 10^{-2} près).
   b. Quelle est la probabilité qu'un rouleau pris au hasard dans la production soit accepté et expédié sans être recoupé ?

Partie C

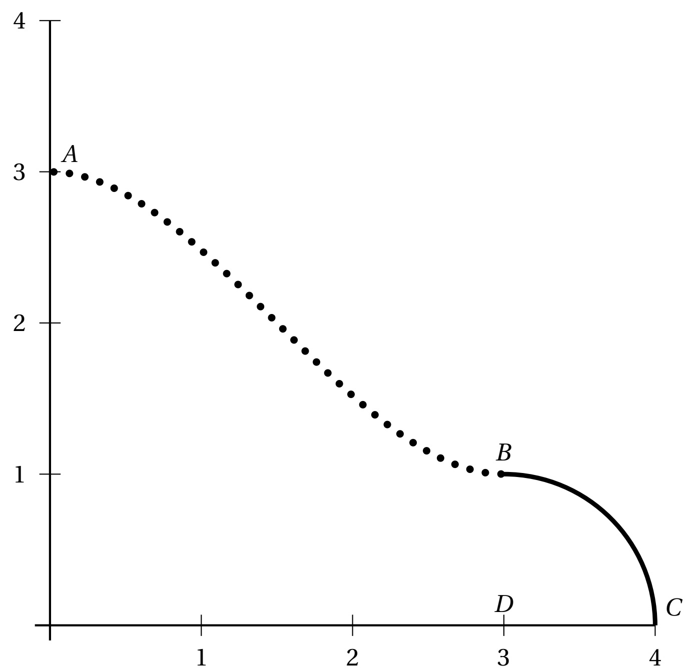
On admet dans cette partie que la probabilité qu'un rouleau pris au hasard dans la production soit refusé est 0,05.
On prélève au hasard 5 rouleaux dans la production. (Ce prélèvement est assimilé à un tirage de 5 rouleaux successivement avec remise). On appelle Y la variable aléatoire qui associe à chacun de ces prélèvements le nombre de rouleaux refusés parmi les 5.

1. Quelle est la loi de probabilité de Y ? (*On précisera ses paramètres*).
2. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité de chacun des évènements suivants :
   a. Parmi les 5 rouleaux, aucun n'est refusé.
   b. Parmi les 5 rouleaux, au moins un est refusé.

Brevet de technicien supérieur - session 2003
Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **8 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).



On considère les points A(0 ; 3), B(3 ; 1), C(4 ; 0) et D(3 ; 0).
La courbe ci-dessus est constituée de deux parties :

- La partie en trait continu est un quart de cercle de centre D et de rayon 1.
- La partie en trait pointillé est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 3].

Partie A : détermination de f .

La partie en trait pointillé doit satisfaire les conditions suivantes :

- elle passe par A et par B ;
- la tangente en A est parallèle à l'axe des abscisses ;
- le raccordement avec la partie en trait continu doit être le plus régulier possible, c'est-à-dire que la tangente au cercle en B est aussi tangente à la courbe en pointillé.

1. Traduire ces quatre contraintes par quatre conditions sur la fonction f et sa fonction dérivée f'.
2. Vérifier que la fonction f_0 définie sur l'intervalle [0 ; 3] par $f_0(x) = \dfrac{4}{27}x^3 - \dfrac{2}{3}x^2 + 3$ satisfait ces quatre conditions.

   On admet alors que l'arc $\widehat{AB}$ est la courbe représentative de f_0.
3. Calculer l'aire, en cm^2, de la surface délimitée par la courbe et les deux axes (*arrondir à l'unité*).

Partie B : le plateau de table.

En faisant subir à la courbe une symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses, puis à l'ensemble une symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées, on obtient une courbe fermée T.
Cette courbe T constitue, à l'échelle 1/5, le contour extérieur d'un plateau de table, réalisé dans un matériau de 6 cm d'épaisseur et dont la masse volumique est de 1,7 g/cm^3.

1. Calculer le volume en cm^3 du plateau, à 1 cm^3 près.

2. Calculer sa masse en kg (*arrondir à* 3 *décimales*).

Exercice 2 **12 points**

Une entreprise d'agencement fabrique des tables. Une des machines débite les pieds des tables.

Partie A : étude d'un échantillon.

Dans la production d'une journée, on étudie un échantillon de 200 pieds, dont on mesure le longueurs. On obtient la série suivante :

Longueur en cm	[70,6 ; 70,7[	[70,7 ; 70,8[	[70,8 ; 70,9[	[70,9 ; 71,0[	[71,0 ; 71,1[	[71,1 ; 71,2[	[71,2 ; 71,3[	[71,3 ; 71,4[
Effectif	2	6	20	40	48	48	32	4

1. Calculer, à 0,1 mm près, la longueur moyenne et l'écart-type de cette série.

2. Un pied de table n'est pas utilisable si sa longueur est inférieure à 70,8 cm. Quel est dans cet échantillon le pourcentage de pieds défectueux ?

Partie B : réglage de la machine.

La longueur moyenne des pieds peut varier d'un jour à l'autre. La fabrication est jugée acceptable tant que la longueur moyenne des pieds est supérieure ou égale à 70,8 cm. Le tableau suivant contient les longueurs moyennes en cm des pieds au cours des 7 premiers jours de fabrication.

Jour x_i	0	1	2	3	4	5	6
Longueur moyenne y_i	71	70,99	70,98	70,97	70,95	70,92	70,90

1. Représenter le nuage des points $M_i\,(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal, avec pour unités :
En abscisse : 2 cm pour 1 jour.
En ordonnée : 1 cm pour 0,1 cm (commencer la graduation à 70,0 cm).

2. Un ajustement affine de ce nuage de points semble-t-il approprié ? Justifier.

3. À l'aide de la calculatrice, donner :

a. le coefficient de corrélation entre x et y à 10^{-2} près ;

b. une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (*arrondir les coefficients à* 4 *décimales*).

4. À l'aide de cette équation de droite, déterminer au bout de combien de jours il faudra à nouveau régler la machine.

Partie C : les pièces défectueuses.

Dans cette partie, on considère que la probabilité qu'un pied de table, pris au hasard dans la production, ne soit pas utilisable est $0,04$.
On prélève dans la production, au hasard, et avec remise, un échantillon de 100 pieds.
Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque prélèvement de 100 pieds le nombre de pieds défectueux.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.

2. Calculer à 10^{-3} près la probabilité de chacun des évènements suivants :

  a. Parmi les 100 pieds, aucun n'est défectueux.

  b. Parmi les 100 pieds, au moins un est défectueux.

3. On décide d'approcher la loi de X par une loi de Poisson.

  a. Préciser ses paramètres.

  b. Calculer alors la probabilité qu'il y ait au plus un pied défectueux.

Brevet de technicien supérieur session 2004
Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **10 points**

Partie A

Soit (E) l'équation différentielle

$$2y' + y = 4\mathrm{e}^{-0,5x},$$

où y est une fonction de la variable réelle x et y' sa fonction dérivée première.

1. Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $2y' + y = 0$.
2. Montrer que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = 2x\mathrm{e}^{-0,5x}$$

   est une solution particulière de (E).
3. En déduire la solution générale de (E).
4. Déterminer la fonction solution de (E) qui prend la valeur 1 en 0.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$f(x) = (2x+1)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 3 cm.

1. Étudier les variations de f sur $[0\,;\,4]$.
2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
3. Construire la droite T et la courbe $\mathscr{C}$.

Exercice 2 **10 points**

La courbe $\mathscr{C}$ obtenue à l'exercice 1 représente à l'échelle 1/10 le contour du plateau d'un bureau de longueur 120 cm et dont la largeur maximale est d'environ 56,7 cm.

1. Dans la production d'une journée, on prélève un échantillon de 50 plateaux dont on mesure les largeurs. On obtient les résultais suivants :

longueur en cm	56	56,2	56,4	56,6	56,8	57	57,2	57,4
effectifs	1	2	8	20	10	5	3	1

   Calculer à 10^{-2} près la largeur moyenne et l'écart type de cette série.
2. On note X la variable aléatoire qui, à un plateau choisi au hasard dans la production, associe sa largeur exprimée en cm. On admet que X suit une loi normale de moyenne $m = 56,7$ et d'écart type $\sigma = 0.3$.
   Un plateau est déclaré conforme si sa largeur est comprise entre 56,2 cm et 57,2 cm.
   a. Calculer la probabilité qu'un plateau pris au hasard dans la production soit conforme.

b. En déduire la probabilité qu'il ne soit pas conforme.

3. Les plateaux sont conditionnés en paquets de 5 plateaux. On assimile la constitution d'un paquet à un tirage de 5 plateaux successivement avec remise. On admet que la probabilité qu'un plateau ne soit pas conforme est $0,1$. On désigne par Y la variable aléatoire qui à chaque paquet de 5 plateaux associe le nombre de plateaux non conformes.

a. Justifier le fait que Y suit une loi binomiale ; donner ses paramètres.

b. Calculer à 10^{-2} près les probabilités $P(Y=0)$ et $P(Y \leqslant 1)$.

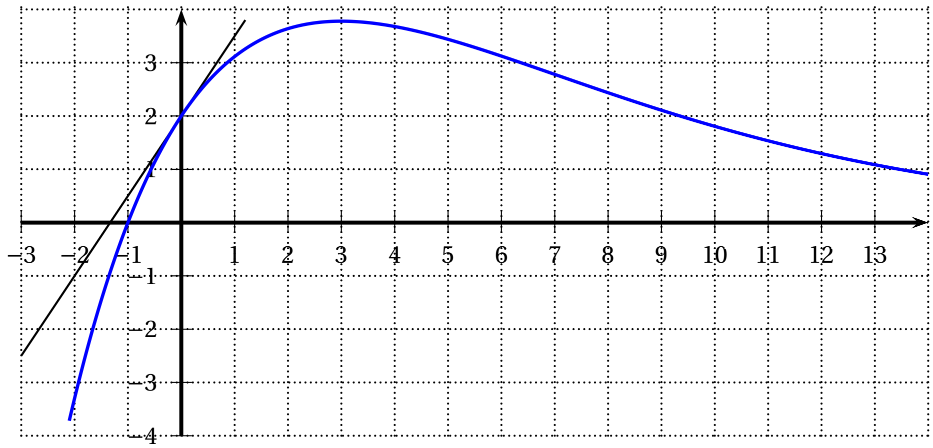
Brevet de technicien supérieur session 2005 Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **10 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique 1 cm). On considère la courbe $(\mathscr{C})$ (représentée ci-dessous) d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = (ax+b)\text{e}^{0,25x}.$$

Les nombres réels a et b sont à déterminer.



Partie A : détermination, puis étude de la fonction f

1. **a.** Déterminer une équation de la droite (T) passant par les points A de coordonnées $(0\,;\,2)$ et B de coordonnées $(-2\,;\,-1)$.

   b. Calculer la dérivée f' de fa fonction f en fonction des réels a et b.

   c. Déterminer les réels a et b sachant que la courbe $(\mathscr{C})$ passe par le point A et admet en ce point la droite (T) pour tangente.

2. Dans la suite du problème. on considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = (2x+2)\text{e}^{-0,25x}.$$

   Calculer la dérivée de la fonction f, étudier son signe, puis dresser le tableau de variations de la fonction f.

Partie B : calcul du volume d'un solide de révolution puis fabrication.

1. On considère le domaine $\mathscr{D}$ du plan limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 13$. On rappelle que le volume V du solide de révolution engendré par la rotation du domaine $\mathscr{D}$ autour de l'axe des abscisses est en unités de volume :

$$V = \pi \int_0^{13} [f(x)]^2\,\text{d}x.$$

   a. Vérifier que la fonction g définie sur l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$, par $g(x) = [f(x)]^2$ est telle que :

$$g(x) = 4\left(x^2+2x+1\right)\text{e}^{-0,5x}.$$

b. Démontrer que la fonction G définie sur l'Intervalle $[-3\ ;\ +\infty[$ par

$$G(x) = -4\left(-2x^2 - 12x - 26\right)\mathrm{e}^{-0,5x}$$

est une primitive de la fonction g.

c. Calculer la valeur exacte du volume V en unités dc volume, puis donner une valeur arrondie à 10^{-3} près.

2. Une entreprise réalise un pied de lampe de salon, de la forme du solide étudié précédemment, par tournage sur une ébauche en bois plein composée d'éléments collés.

Ce pied de lampe est à l'échelle 3 par rapport au solide étudié dans la partie **B. 1.**.

Quelle est la valeur maximale en dm arrondie à 10^{-2} près du diamètre de cet objet ?

Quel est le volume en dm^3 d'un pied de lampe ?

Exercice 2 **10 points**

Partie A

On prélève au hasard dans la production des pieds de lampe, un échantillon de taille 80 ; on mesure la masse de chacun. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

Masse en kg	[5,1 ; 5,3]	[5,3 ; 5,5]	[5,5 ; 5,7]	[5,7 ; 5,9]	[5,9 : 6,1]	[6,1 ; 6,3]	[6,3 ; 6,5]
Effectifs	1	6	16	33	18	4	2

1. a. Construire l'histogramme de cette série

b. En remplaçant chaque classe par sa valeur centrale, calculer la moyenne puis l'écart type de cette série statistique arrondis à 10^{-2} près (le détail des calculs n'est pas demandé).

2. On note X la variable aléatoire qui, à un pied de lampe pris au hasard dans la production, associe sa masse en kg. On suppose que X suit une loi normale de moyenne $5,8$ et d'écart type $0,22$.

(*Les probabilités demandés seront arrondies à* 10^{-2} *près*).

a. Calculer la probabilité qu'un pied de lampe choisi au hasard ait sa masse comprise entre 5,5 kg et 6,2 kg.

b. On décide de rejeter les pieds de lampe dont la masse est supérieure à 6,1 kg. Quelle est la probabilité pour qu'un pied de lampe pris au hasard soit rejeté ?

Partie B

Une chaîne de magasins commercialise ces lampes de salon ; elle souhaite étudier l'évolution du nombre de lampes vendues en fonction du nombre de magasins dans lesquels la lampe est proposée.
Le tableau suivant présente cette évolution.

Nombre de magasins x_i	15	40	70	90	100	150
Nombre de lampes vendues y_i	60	254	362	504	615	810

On décide d'ajuster cette série statistique à deux variables par la méthode des moindres carrés.

1. Déterminer à l'aide de la calculatrice le coefficient de corrélation de cette série. Est-on dans des conditions satisfaisantes pour réaliser un ajustement affine ?
2. Déterminer à la calculatrice une équation de la droite de régression de y en x sous la forme $y = mx + p$ avec m et p arrondis à 10^{-2} près.
3. En déduire une estimation du nombre de lampes vendues, si la chaîne présente celles-ci dans 400 magasins.

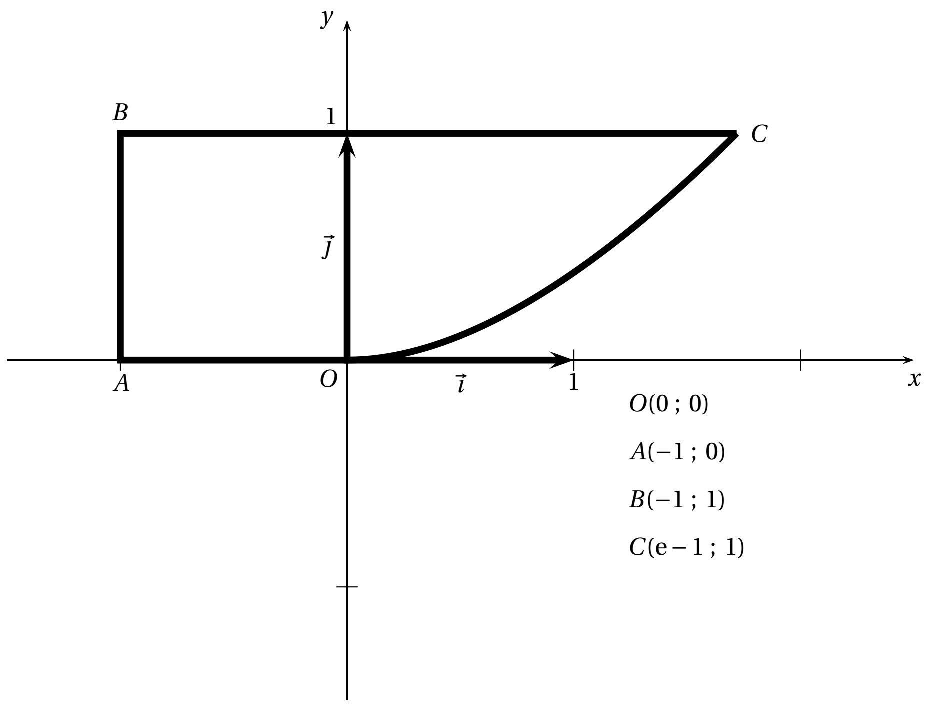
Brevet de technicien supérieur
Agencement de l'environnement architectural juin 2006

Exercice 1 **10 points**

Un technicien doit réaliser un plan de travail destiné à supporter du matériel informatique.
Ce plan de travail sera découpé dans un panneau MDF (panneau de fibres de bois de moyenne densité), puis recouvert de stratifié.

Partie A : Modélisation.

Le technicien dispose du schéma ci-dessous, représentant dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, la surface du plan de travail. L'unité représente **1 mètre** en vraie grandeur. Les dimensions réelles sont respectées au millimètre près.



L'arc de courbe $\overset{\frown}{OC}$ doit, de plus, vérifier les contraintes suivantes :

a) Il doit être tangent en O à l'axe des abscisses.

b) Il doit admettre en C une tangente ayant pour coefficient directeur 1.

Le technicien cherche à modéliser l'arc $\overset{\frown}{OC}$ à l'aide d'une fonction dont la courbe représentative correspond à cet arc.
Après plusieurs essais, il pense pouvoir utiliser la fonction f définie sur $[0\ ;\ \text{e}-1]$ par :

$$f(x) = (x+1)\ln(x+1) - x.$$

1. Calculer $f(0)$ et $f(\text{e}-1)$.
2. Montrer que la dérivée f' de f sur $[0\ ;\ \text{e}-1]$ est définie par $f'(x) = \ln(x+1)$.
3. À partir des résultats précédents, vérifier que la courbe $\mathscr{C}$, représentative de f dans le repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, passe bien par les points O et C et satisfait aux contraintes a) et b) énoncées ci-dessus.

Partie B : Étude de la fonction f.

1. Étudier le signe de $f'(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction f.
2. Écrire l'équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f an point d'abscisse e − 1.
3. Recopier sur la copie puis compléter le tableau de valeurs suivant (les résultats seront donnés à 10^{-3} près) :

x	0	0,5	1	1,5	e − 1
$f(x)$					

4. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ ainsi que la tangente T à $\mathscr{C}$ au point C dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique 10 cm).

Partie C : Calcul de la masse du plateau en MDF.

1. Vérifier que la fonction G définie par $G(x) = \dfrac{(x+1)^2}{2}\left(\ln(x+1) - \dfrac{1}{2}\right)$ est une primitive sur l'intervalle $[0\,;\,\text{e}-1]$ de la fonction g définie par $g(x) = (x+1)\ln(x+1)$. En déduire une primitive F de la fonction f sur $[0\,;\,\text{e}-1]$.

   a. Calculer l'aire (en unités d'aire) du domaine plan compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \text{e} - 1$.

   b. En déduire l'aire, en m^2, du plateau découpé par le technicien (en donner une valeur approchée à 10^{-3} près).

2. Calculer sa masse, à dix grammes près, sachant que le panneau de MDF utilisé a une épaisseur de 40 mm et que sa masse volumique est de 750 kg/m^3.

Exercice 2 **10 points**

Tous les résultats de cet exercice seront donnés à 10^{-2} *près*

Les panneaux MDF de 40 mm d'épaisseur sont fabriqués en série par l'usine PANCOL.

1. Afin de vérifier le bon réglage de la chaîne de production, on a mesuré l'épaisseur, en mm, de 100 panneaux. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

x_i : épaisseur en mm	[39,7 ; 39,8[	[39,8 ; 39,9[	[39,9 ; 40,0[	[40,0 ; 40,1[	[40,1 ; 40,2[	[40,2 ; 40,3]
n_i : effectifs	1	12	36	41	8	2

   Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.
   (On remplacera chaque classe par son centre affecté de J'effectif correspondant).

   Sachant que la tolérance relative à l'épaisseur est de $\pm 0,20$ mm, calculer le pourcentage de panneaux acceptables du point de vue de leur épaisseur.

2. On note X la variable aléatoire qui, à chaque panneau pris au hasard dans la production, associe son épaisseur exprimée en millimètres. On admet que X suit la loi normale de moyenne $m = 40$ et d'écart-type $\sigma = 0,1$.
   Calculer la probabilité qu'un panneau pris au hasard :

   a. ait une épaisseur inférieure à 39,8 mm ;

b. soit acceptable, c'est-à -dire ait une épaisseur appartenant à l'intervalle [39,80 ; 40,20[;

c. ne soit pas acceptable.

3. On suppose désormais que la probabilité qu'un panneau ne soit pas acceptable est $p = 0,05$.

Un grossiste achète à l'entreprise PANCOL les panneaux de MDF d'épaisseur 40 mm par lots de 200 panneaux. La constitution d'un lot est assimilée à un tirage de 200 panneaux avec remise. Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de 200 panneaux, associe le nombre de panneaux qui ne sont pas acceptables dans ce lot.

Quelle est la loi de probabilité de Y ?
Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de Y.

4. On décide d'approcher la loi de probabilité de Y par une loi de Poisson.

a. Quel est son paramètre ?

b. Quelle est la probabilité que, dans un lot de 200 panneaux, tous les panneaux soient acceptables ?

c. Quelle est la probabilité que, dans un lot de 200 panneaux, il y ait plus de 5 panneaux non acceptables ?

Brevet de technicien supérieur session 2007
Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 10 **points**

Une entreprise fabrique des fermes industrielles. Elle désire étudier le phénomène de fluage (déformation en fonction du temps sous charge constante) du bois utilisé pour les poutres. Pour cela, elle utilise le modèle de Kelvin-Voigt :
Si l'on note ϵ la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ représentant la déformation sous charge constante en fonction du temps t, alors :
ϵ est la solution de l'équation différentielle :

$$\frac{\eta}{\mathrm{E}}y' + y = \frac{\sigma}{\mathrm{E}}$$

vérifiant la condition initiale $\epsilon(0) = 0$, où σ représente la contrainte ; η et E sont des constantes dépendant du matériau utilisé.
On suppose que le bois utilisé a pour caractéristiques : $\eta = 4 \times 10^9$ Mpa.s et E = 5 000 Mpa, et que la contrainte imposée dans le test est : $\sigma = 20$ Mpa, (Mpa : megapascal). Le temps t est exprimé en secondes.
L'équation différentielle permettant de déterminer ϵ est donc :

$$8 \cdot 10^5 y' + y = 0,004 \quad (1).$$

Partie I

1. Résoudre l'équation différentielle : $8 \cdot 10^5 y' + y = 0$ où y est une fonction de la variable t, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ et où y' est la fonction dérivée de y.
2. Déterminer une fonction constante g, solution particulière de l'équation (1).
3. En déduire la solution générale de l'équation différentielle (1).
4. Déterminer ϵ.

Partie II

On admet que pour tout t dans $[0\,;\,+\infty[$:

$$\epsilon(t) = 0,004\left(1 - \mathrm{e}^{-1,25\times10^{-6}t}\right).$$

1. Montrer que la fonction dérivée ϵ' de ϵ sur $[0\,;\,+\infty[$ est définie par $\epsilon'(t) = 5 \times 10^{-9}\mathrm{e}^{-1,25\times10^{-6}t}$, puis en déduire le sens de variation de σ sur son ensemble de définition.
2. Tracer la courbe représentative de σ dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (Unités graphiques : 1 cm représente 5×10^5 s sur l'axe des abscisses et 1 cm représente 0,000 5 sur l'axe des ordonnées.)
3. On admet que la déformation maximale est de 0,004. À partir de quelle valeur de t la déformation atteint-elle 95 % de sa déformation maximale ?
   Arrondir le résultat à 1 près.
   Exprimer ce temps en jours (arrondir â 1 jour près).

Exercice 2 (10 points)

Certaines poutres nécessaires à la réalisation des fermes ont une section rectangulaire de largeur 180 mm et de longueur 200 mm. La tolérance est de $\pm$ 1 mm, c'est-à-dire que l'on considère comme largeur acceptable toute valeur de l'intervalle [179 ; 181J et comme longueur acceptable toute valeur de l'intervalle [199 ; 201].

Partie I

On réalise une étude de la largeur et de la longueur de la section des poutres d'un échantillon de 100 poutres prises au hasard dans la production. Le tableau suivant indique dans chaque case le nombre de poutres correspondant aux intervalles indiqués.

		Largeurs mesurées (en mm)							
Longueurs mesurées (en mm)		[178 ; 178,5[	[178,5 ; 179[	[179 ; 179,5[	[179,5 ; 180[	[180 ; 180,5[	[180,5 ; 181[	[181 ; 181,5[	[1815 ; 182[
	[198 ; 198,5[						1		
	[198,5 ; 199[			1	1	2	1		
	[199 ; 199,5[	1	1	4	4	6	2		1
	[199,5 ; 200[			7	11	9	7		
	[200 ; 200,5[		1	5	9	6	7		1
	[200,5 ; 201[			1	2	2	1		
	[201 ; 201,5[		1		1	1	1		
	[201,5 ; 202[			1		1			

On considère une poutre prise au hasard dans l'échantillon.

1. On note I l'évènement : « la poutre a une section de largeur acceptable ».
   Calculer $P(\text{I})$.
2. On note E l'évènement : « la poutre a une section de largeur et de longueur acceptables ».
   Montrer que $\dfrac{83}{100} \leqslant P(\text{E}) \leqslant \dfrac{86}{100}$.

Partie II

On admet que la probabilité qu'une poutre, prise au hasard dans la production, soit conforme, est $0,9$.
La construction d'une ferme nécessite 15 poutres de ce type.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot de 15 poutres, associe le nombre de poutres conformes. La production est suffisamment importante pour que l'on assimile cette expérience à une succession de 15 tirages avec remise.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Préciser les paramètres de cette loi.
2. **a.** Calculer la probabilité que, dans un lot de 15 poutres choisies au hasard, toutes les poutres soient conformes.
   Donner une valeur arrondie à 10^{-3} près.

   b. Calculer la probabilité que, dans un lot de 15 poutres choisies au hasard, il y ait au plus une poutre non conforme. Donner une valeur arrondie à 10^{-3} près.

Partie III

Une commande nécessite 1 500 poutres. On veut évaluer la probabilité que le nombre de poutres non conformes soit d'au plus 160.

On note X' la variable aléatoire qui, à chaque lot de 1 500 poutres, associe le nombre de poutres conformes.
On admet que X' suit la loi binomiale $\mathscr{B}(1500\ ;\ 0,9)$.

1. En quoi le calcul de $P(X' > 1340)$ est-il « difficile » ?

2. **a.** Pour ce calcul, on décide d'approcher la loi de X' par une loi normale. Préciser les paramètres de cette loi. On notera Y la variable aléatoire qui suit cette loi.

b. Calculer une valeur approchée à 10^{-3} près de $P(Y > 1340)$.

Brevet de technicien supérieur session 2008
Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **12 points**

Partie A

Soit (E) l'équation différentielle :

$$(\text{E}) : y' + 2y = -x\text{e}^{-3x}$$

où y est une fonction de la variable x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre l'équation différentielle (E_0) :

$$(\text{E}_0) : y' + 2y = 0.$$

2. **a.** Montrer que la fonction h, définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = (x+1)\text{e}^{-3x}$$

est une solution particulière de (E).

b. En déduire la solution générale de (E).

c. Déterminer la solution de (E) qui prend la valeur 0 en $x = -1$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[-1\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = (x+1)\text{e}^{-3x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal (unité graphique : 3 cm).

1. Étudier les variations de f sur $[-1\ ;\ 1]$.
2. Tracer la courbe $\mathscr{C}$.
3. Montrer que la fonction $F(x) = -\dfrac{1}{9}(3x+4)\text{e}^{-3x}$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle donné.
4. Calculer en cm^2 l'aire du domaine D limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe $x'\text{O}x$ et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 0$.

Partie C

Une entreprise décide de réaliser un vase pour un jardin en utilisant la forme obtenue en faisant tourner le domaine D autour de l'axe $x'\text{O}x$. Cette forme sera une représentation à l'échelle 1 : 10 du vase. On rappelle que le volume du solide de révolution engendré par la rotation du domaine est en unités de volumes :
$V = \pi \displaystyle\int_{-1}^{0} [f(x)]^2\,\text{d}x$.

1. On considère la fonction f^2 qui à x associe $[f(x)]^2$. Vérifier que la fonction g définie sur $[-1\ ;\ 1]$ par $g(x) = \left(-\dfrac{1}{6}x^2 - \dfrac{7}{18}x - \dfrac{25}{108}\right)\text{e}^{-6x}$ est une primitive de f^2.
2. Calculer le volume du vase en m^3 à 10^{-3} près.

Exercice 2 **8 points**

Une entreprise fabrique des pieds métalliques pour des tables. Dans la production d'une journée, on étudie un échantillon de 120 pieds dont on mesure les longueurs. On obtient la série suivante :

Longueur en mm	699,4	699,6	699,8	700,0	700,2	700,4	700,6
Effectif	3	18	12	46	20	19	2

1. Calculer au 1/10 de millimètre près la moyenne puis l'écart type de cette série.

On note X la variable aléatoire qui, à un pied de table pris au hasard dans la production, associe sa longueur et on admet que X suit une loi normale de moyenne $m = 700$ et d'écart type $\sigma = 0,25$.

Un pied est estimé conforme si sa longueur appartient à l'intervalle [699,6 ; 700,4].

2. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité $P(699,6 \leqslant X \leqslant 700,4)$.

3. En déduire la probabilité qu'un pied, pris au hasard dans la production, ne soit pas conforme.

Ces pieds sont conditionnés par lot de 4. On considère que le nombre de pieds produits est suffisamment important pour permettre d'assimiler un lot à un tirage de 4 pieds choisis au hasard et avec remise.

On admet désormais que la probabilité qu'un pied, pris au hasard dans la production, ne soit pas conforme est $0,10$.

On désigne par Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de 4 pieds, associe le nombre de pieds non conformes.

4. Justifier le fait que la variable Y suit une loi binomiale et en donner les paramètres.

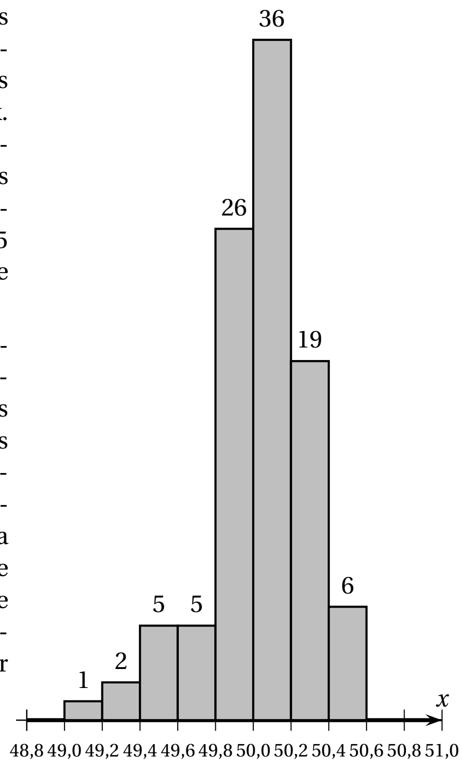
5. Calculer, à 10^{-2} près, les probabilités $P(Y = 0)$ et $P(Y \leq 1)$.

Brevet de technicien supérieur session 2009
Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **8 points**

Un artisan fabrique des boules en bois de diamètre 50 mm, destinées à un fabricant de jouets. Après tournage, les boules sont matées et polies dans des rouleaux. C'est ensuite que sont contrôlés les diamètres de celles-ci. Le cahier des charges du fabricant de jouets impose que le diamètre d'une boule soit compris entre 49,5 et 50,5 mm. Une telle boule sera déclarée « conforme ».

1. On prélève au hasard dans la production hebdomadaire de l'artisan un échantillon de 100 boules que l'on passe au crible pour les calibrer. Les résultats sont résumés dans l'histogramme donné ci-contre. Calculer à 10^{-2} près la moyenne m et l'écart type σ de cette série. (On ne demande pas de justifier les calculs, mais on expliquera quelle valeur on choisit pour chacune des classes).



2. On choisit au hasard une boule parmi toutes celles de la production hebdomadaire, et on note X la variable aléatoire qui associe à la boule en question son diamètre exprimé en mm.

On admet que X suit la loi normale de paramètres $m = 50$ et $\sigma = 0,3$.

a. Calculer à 10^{-3} près la probabilité que la boule choisie soit conforme.

b. En déduire la probabilité qu'elle ne le soit pas.

Pour la suite on considérera que la probabilité qu'une boule ne soit pas conforme est $0,10$.

3. Le fabricant a besoin de 4 boules pour compléter chacun de ses jouets. La constitution d'un lot de 4 boules est assimilé au tirage successif de 4 boules au hasard dans la production hebdomadaire. Le nombre total de boules est suffisamment important pour que l'on considère que ce tirage se fait « avec remise ».

On choisit un lot de 4 boules au hasard et on note Y la variable aléatoire qui lui associe le nombre de boules non conformes.

a. Quelle loi suit Y ? On précisera les paramètres de celle-ci.

Chacun des calculs suivants sera présenté en utilisant les notations de l'énoncé, et on donnera une valeur approchée du résultat à 10^{-2} près :

b. Calculer la probabilité que toutes les boules soient conformes dans le lot choisi.

Calculer la probabilité qu'il y ait au plus une boule non conforme dans le lot choisi.

Exercice 2 **12 points**

Partie A

Soit (E) l'équation différentielle

$$y' - 2xy = -4x^2 + 2,$$

où y désigne une fonction de la variable x et y' sa fonction dérivée.

1. Résoudre l'équation différentielle sans second membre (E$'$) associée :

$$y' - 2xy = 0$$

2. Trouver les réels a et b tels que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax + b$ soit une solution particulière de l'équation complète (E) puis en déduire l'ensemble des solutions de cette équation.
3. Déterminer la fonction f solution de (E) qui prend la valeur 1 en 0.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;\,2]$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x^2} + 2x$$

et on nomme $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.
On considère la fonction h définie sur l'intervalle $[-2\,;\,2]$ par

$$h(x) = x\mathrm{e}^{x^2} + 1$$

1. **a.** Calculer la dérivée de la fonction h.
   b. Étudier le signe de la fonction h'. En déduire les variations de la fonction h sur l'intervalle $[-2\,;\,2]$.
   c. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[-2\,;\,2]$, notée α et en donner une valeur approchée au centième.
   d. En déduire le signe de la fonction h sur cet intervalle.
2. **a.** Calculer la dérivée de la fonction f et montrer que, pour tout x de $[-2\,;\,2]$, $f'(x) = 2h(x)$.
   b. En déduire le tableau de variations de f.
   c. Tracer la courbe représentative de la fonction f. Déterminer à 10^{-2} près la valeur de x pour laquelle f atteint son minimum.
3. **a.** Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'intersection de celle-ci avec l'axe des ordonnées.
   b. Représenter cette tangente sur le graphique.

Brevet de technicien supérieur session 2010
Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **10 points**

Dans une pièce, la température est de 22 °C à 23 h quand on éteint le chauffage. Nous allons étudier l'évolution de la température dans cette pièce au cours de la nuit.
Nous supposerons que la température extérieure est constante, toujours égale à $T_{\text{ext}} = 10$ °C.
Soit t le temps écoulé depuis 23 h, exprimé en heures. La température dans le bureau est une fonction f de la variable t, définie sur l'intervalle $[0\,;\,8]$. Elle est solution de l'équation différentielle :

$$Cy' + \lambda y = \lambda T_{\text{ext}},$$

où C est la capacité thermique globale de la pièce et λ la conductivité thermique globale du mur donnant sur l'extérieur.
On admettra que l'équation s'écrit alors :

$$(E) \quad y' + 0,15y = 1,5.$$

1. **a.** Résoudre l'équation différentielle :

$$y' + 0,15y = 0.$$

b. Déterminer une fonction constante g, sous la forme $g(t) = b$ où b est un nombre réel, qui soit solution particulière de l'équation (E).

c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E).

d. Déterminer la fonction 1 solution de l'équation (E), qui vérifie la condition initiale :

$$f(0) = 22.$$

2. On admettra dans la suite que f est la fonction définie sur $[0\,;\,8]$ par :

$$f(t) = 10 + 12\text{e}^{-0,15t}.$$

a. Étudier les variations de la fonction f sur $[0\,;\,8]$.

b. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal. On prendra comme unités graphiques 2 cm pour 1 h en abscisse et 1 cm pour 1 °C en ordonnée.

c. Au bout de combien de temps la température devient-elle inférieure à 16 °C ? En déterminer la valeur exacte à l'aide d'une inéquation. Quelle heure sera-t-il (arrondir à l'heure près) ?

3. À chaque instant t, le flux de chaleur vers l'extérieur est donné, en MJh^{-1} (mégajoule par heure), par la fonction j définie sur $[0\,;\,8]$ par :

$$j(t) = \lambda\left[f(t) - T_{\text{ext}}\right] = 2,88\text{e}^{-0,15t}.$$

L'énergie dissipée à l'extérieur entre 23 h et 7 h, exprimée en MJ, s'obtient en calculant :

$$E_d = \int_0^8 j(t)\,\text{d}t.$$

a. Calculer la valeur exacte E_d.

b. En donner une valeur approchée à 0,1 MJ près par défaut.

Exercice 2 **10 points**

Une entreprise effectue des travaux d'isolation chez des particuliers. Elle souhaite évaluer son potentiel d'activité dans une ville. Pour cela, elle demande à 100 personnes choisies au hasard de faire le test suivant : une pièce, préalablement portée à une température convenue, est laissée toute une nuit sans chauffage. Le matin, on relève sa température.
L'entreprise obtient comme résultats, arrondis au degré le plus proche :

Températures (°C)	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectifs	1	4	12	21	25	22	10	5

On distingue alors trois catégories de maisons, selon la température T relevée le matin :

- Si $18 \leqslant T$, l'isolation est satisfaisante (catégorie 1).
- Si $15 \leqslant T < 18$, des économies d'énergie pourraient être réalisées, mais elles ne compenseraient pas les coûts des travaux (catégorie 2).
- Si $T < 15$, les propriétaires ont tout intérêt à faire rénover l'isolation de leur maison (catégorie 3).

1. Sans justification, calculer la moyenne de la série statistique. Calculer ensuite une valeur arrondie de l'écart type de la série statistique à $0,1$ près.

2. Soit X la variable aléatoire qui, à une maison choisie au hasard dans la ville, associe la température que l'on aurait relevée le matin, si la maison avait subi le test thermique.

On admet que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne $m = 17$ et d'écart type $\sigma = 1,5$.

On choisit une maison au hasard. Déterminer la probabilité à 0,000 1 près, que :

a. La maison soit dans la catégorie 3 ;

b. La maison soit dans la catégorie 2.

3. On admet désormais que la probabilité qu'une maison soit dans la catégorie 3 est de $0,1$.

L'entreprise s'intéresse principalement aux maisons de la catégorie 3.

Chaque jour, des études thermiques sont menées dans 30 maisons choisies au hasard. La taille de la ville permettra de considérer les études comme étant indépendantes.

On définit une variable aléatoire Y qui, à un jour donné, associe le nombre de maisons de catégorie 3.

a. Quelle loi de probabilité la variable aléatoire Y suit-elle ? Justifier votre réponse, en précisant les paramètres de cette loi.

b. Calculer la probabilité qu'au plus deux études menées dans une journée diagnostiquent une maison de catégorie 3. Donner une valeur arrondie à $0,01$ près.

c. Calculer l'espérance de la variable aléatoire Y. Que représente ce nombre ?

4. Pour faciliter les calculs, on approche la loi de probabilité Y par une loi de Poisson notée Z.

a. Préciser le paramètre λ de cette loi.

b. Calculer la probabilité qu'au moins 5 des études concernent des maisons de catégorie 3.
Donner une valeur arrondie à 0,01 près. Quelle interprétation l'entreprise peut-elle faire de ce résultat ?

Brevet de technicien supérieur session 2011 Agencement de l'environnement architectural

Exercice 1 **10 points**

Nous allons étudier l'évolution de la concentration dans le sang d'un médicament ingéré par une personne pour la première fois. Soit t le temps (en heures) écoulé depuis l'ingestion du produit. Cette concentration en grammes par litre de sang est une fonction f de la variable t définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et est solution de l'équation différentielle :

$$\text{(E)} : \quad y'(t) + y(t) = a\text{e}^{-t}, \text{ avec la condition initiale : } f(0) = 0.$$

(a) est une constante positive dépendant de la personne elle-même et de la quantité de médicament absorbée.)
On suppose que : $a = 5$, l'équation (E) s'écrit : $y'(t) + y(t) = 5\text{e}^{-t}$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

Partie A

1. Résoudre l'équation différentielle : $y'(t) + y(t) = 0$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
2. Soit la fonction g, définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par $g(t) = 5t\text{e}^{-t}$.
   a. Montrer que : $g'(t) = 5(1-t)\text{e}^{-t}$.
   b. Vérifier que g est une solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E).
4. Déterminer la solution f de l'équation (E), vérifiant la condition initiale f(0) = 0.

Partie B

On admettra dans la suite que f est la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par : $f(t) = 5t\text{e}^{-t}$.

1. Étudier les variations de la fonction f sur $[0~;~+\infty[$.
2. La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal (2 cm pour 1 h en abscisse et 5 cm pour 1 gramme par litre en ordonnée) est fournie en annexe 1.
   Représenter graphiquement le maximum de la fonction ainsi que la tangente à la courbe en ce sommet.
3. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Comment interpréter médicalement ce résultat ?
4. Pour une concentration supérieure à un gramme par litre de sang, il y a un risque de somnolence. Déterminer **graphiquement** la période correspondant à ce risque.

Partie C

1. Soit F la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$F(t) = -5e - t - f(t).$$

   Vérifier que c'est une primitive de f sur $[0~;~+\infty[$. On rappelle que f est solution de l'équation (E).

2. La concentration moyenne du médicament (en grammes par litre de sang) durant la première heure est donnée par : $T_m = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$.
   Calculer cette concentration moyenne (on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,01 près.)

Exercice 2 **10 points**

Les trois parties sont indépendantes. Les résultats seront donnés à $0,001$ *près*

Une entreprise dispose d'une machine pour produire des tiges métalliques.
Une tige métallique est déclarée conforme si sa longueur est comprise entre $19,5$ et $20,5$ cm.

Partie A

Soit L la variable aléatoire qui, à chaque tige métallique produite, associe sa longueur. On suppose que L suit une loi normale de moyenne 20 et d'écart-type $0,3$.
Calculer la probabilité qu'une tige métallique produite soit conforme.

Partie B

On suppose que la probabilité qu'une pièce produite soit non conforme est de $0,1$.
On prélève au hasard dans la production de tiges métalliques produites un échantillon de 50 tiges. La production est suffisamment importante pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise.
Soit X la variable aléatoire qui à tout échantillon de taille 50 associe le nombre de tiges non conformes.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X, dont on précisera les paramètres ? (Justifier.)
2. Calculer la probabilité que l'échantillon comporte au plus une tige non confonne.
3. On admet que la loi X peut être approchée par une loi de Poisson nommée Z. Quel est le paramètre de cette loi ?
4. En utilisant la variable aléatoire Z, calculer la probabilité que l'échantillon comporte au moins trois tiges non conformes.

Partie C

Pour vérifier le dérèglement éventuel de la machine, une tige témoin est prélevée toutes les demi-heures. On obtient ainsi les résultats suivants : ($t = 0$ correspondant à 9 h.)

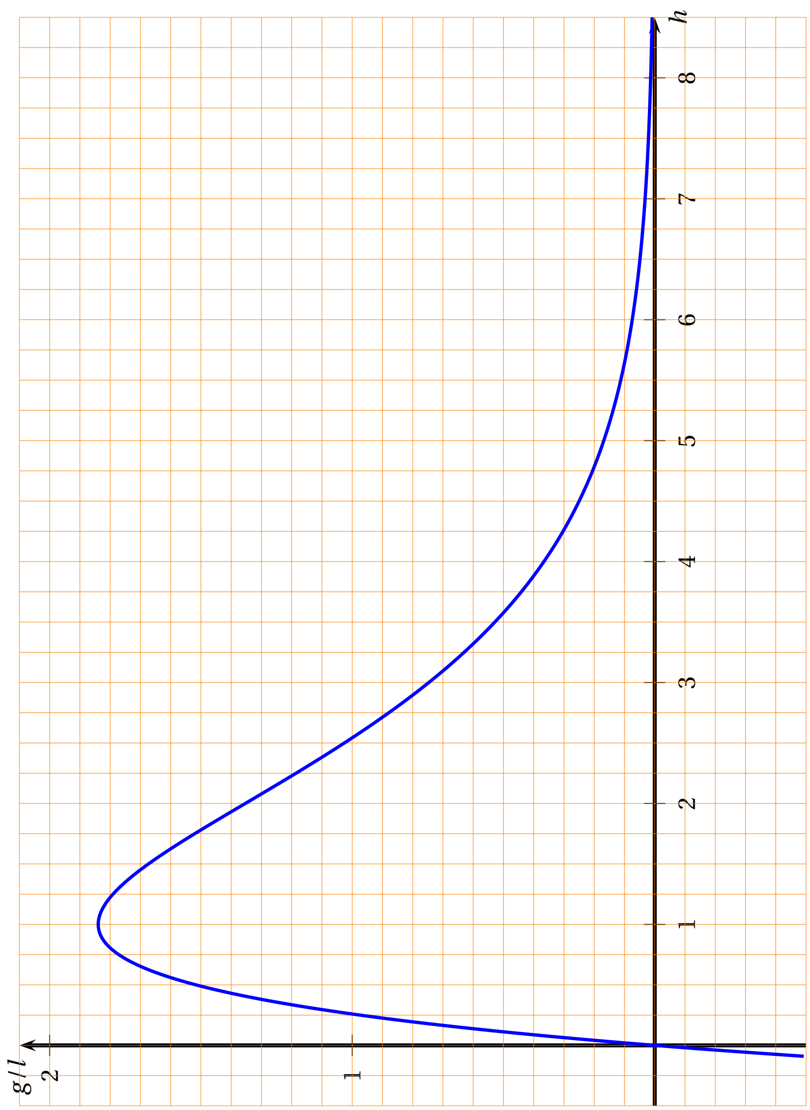
t_i : temps en *heure*	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
L_i : Longueur de la tige témoin en *cm*	20,01	20,04	20,07	20,15	20,18	20,22	20,25	20,31	20,35

1. Représenter le nuage de points correspondant à la série statistique $(t_i ; L_i)$ dans un repère orthogonal du plan. (On utilisera l'annexe fournie avec une unité pour une demi-heure en abscisse et une unité pour 0,05 cm et l'origine est (0 ; 20).
2. Un ajustement affine de ce nuage de points semble-t-il approprié ? (Justifier.)
3. À l'aide de la calculatrice, donner une équation, sous la forme : $L = at + b$, de la droite d'ajustement affine de L en t par la méthode des moindres carrés (on arrondira a au millième et b au millième).
   Tracer cette droite.

4. La machine doit être systématiquement réglée dès que la tige témoin devient non conforme.

   En utilisant l'ajustement affine précédent, déterminer l'heure à laquelle il faudra régler la machine.

Annexe 1 : exercice 1 : courbe représentative de f



Annexe 2 : exercice 2