∽ Baccalauréat Mathématiques et Mathématiques et technique ∾ Liban et Syrie juin 1954

I.

1^er^ sujet

Résoudre un triangle, connaissant les côtés a, b et l'angle A. On discutera seulement dans le cas de A obtus.

I.

2^e^ sujet

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

I.

3^e^ sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a \sin x + b \cos x = c.$$

Application : $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

II.

On considère, sur un axe $\overrightarrow{\text{XX}'}$, un point O et deux points fixes B et C tels que $\overline{\text{OB}} = a$, $\overline{\text{OC}} = -a$, a étant une longueur donnée. Soit OL une demi-droite issue de O telle que $\left(\overrightarrow{\text{OX}}, \overrightarrow{\text{OL}}\right) = \alpha$, avec $0 < \alpha < \pi$.

1. M étant un point variable de OL situé à une distance x de O, évaluer en fonction de x, a et α le rapport $y = \dfrac{\overline{M\text{B}}^2}{\overline{M\text{C}}^2}$ et étudier ses variations quand M décrit la demi-droite OL.
   Dessiner le graphique de ces variations.
2. k étant un nombre positif donné, construire les points A de OL qui vérifient $\dfrac{\text{AB}}{\text{AC}} = k$.
   En supposant α donné, entre quelles limites doit être donné k pour que le problème ait des solutions ?
   Contrôler les conclusions de cette discussion en se servant des résultats du **1.**
3. Pour des valeurs convenablement choisies de α et de k, la construction du **2.** permet d'obtenir deux points A et A′ répondant à la question.
   On considère les deux triangles ABA′ et ACA′, dont on désigne les cercles circonscrits respectivement par (Γ) et (Γ').
   a. Montrer que le produit OA × OA′ est égal à a^2.
   b. Lieux des centres de (Γ) et (Γ') quand l'une des données α ou k est variable, l'autre restant constante.
4. On désigne par B′ et C′ les deuxièmes points d'intersection des cercles respectifs (Γ) et (Γ') avec le cercle de diamètre BC.
   On désigne par P le point d'intersection de BB′ et CC′, par Q celui de BC et B′C′, par R celui de BC′ et CB′. Montrer que P est sur AA′, que Q et R sont les centres d'homothétie faisant correspondre (Γ) et (Γ').