Baccalauréat Mathématiques Liban et Syrie juin 1955

I.
1$^{\text{er}}$ sujet

Établir les relations qui relient les trois côtés d'un triangle et le cosinus de chaque angle.
Réciproque.

I.
2$^{\text{er}}$ sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\sin x + b\cos x + c = 0.$$

Exposer une seule méthode, suivie de l'interprétation géométrique.
Application : $6\sin x + 7\cos x = 2$.

I.
3$^{\text{er}}$ sujet

Résoudre l'équation

$$3\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x\cos x + 5\sin^2 x = 2.$$

II.

Soient un cercle fixe, (O), de centre O, de rayon $2a$ et un point fixe, A, tel que OA = a (a est une longueur donnée).

1. On désigne par (C) un cercle de centre C passant par A et tangent au cercle (O) en un point variable, K.
   a. Lieu de C.
   b. Lieu de l'intersection, I, des tangentes en A et K au cercle (C). Préciser le rôle du lieu de I par rapport au lieu de C.
   c. Montrer qu'il existe sur AC un deuxième point, C$'$, centre d'un cercle (C$'$) tangent à (O) et passant par A. Lieu du conjugué harmonique de A par rapport aux points C$'$ et C.
2. On mène au cercle (O) deux tangentes parallèles, (T) et (T$'$). Soient M et N les projections orthogonales de A sur (T) et (T$'$) et soit (α) le cercle de centre α, de diamètre MN.
   Montrer que l'axe radical de deux cercles (α) correspondant à deux directions différentes des tangentes (T) et (T$'$) passe par un point fixe.
   Ce point fixe est le centre d'un cercle coupé en deux points diamétralement opposés par tout cercle (α).
3. On considère deux cercles (C) passant par A, tangents à (O) et orthogonaux.
   Quel est le lieu du deuxième point d'intersection de ces cercles ? (On pourra utiliser une inversion convenablement choisie.)

N. B. - Les trois questions sont indépendantes.