∽ Liban et Syrie septembre 1956 ∾
Baccalauréat série mathématiques et mathématiques et technique

I. 1^er^ sujet

Établir les formules de transformation en produit de la somme et de la différence de deux sinus et de deux cosinus.
Problème inverse.
Application : Résoudre l'équation

$$\cos 2x + \cos 6x = \cos 4x.$$

I. 2^e^ sujet

Résoudre numériquement l'équation

$$1,6 \cos x + 0,4 \sin x = 1.$$

On pourra utiliser soit des tables de logarithmes, soit des tables de valeurs naturelles des rapports trigonométriques.
Les solutions pourront être données soit dans le système sexagésimal, soit dans le système centésimal avec l'approximation permise par les tables.

I. 2^e^ sujet

Résoudre un triangle, connaissant deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés.

II. Problème

Soient une droite (D), F un point non situé sur (D), φ le symétrique de F par rapport à (D), H la projection orthogonale de F sur (D) et A un point de (D) distinct de H.
On se propose d'étudier les coniques (C) admettant F pour foyer et tangentes en A à (D).
On posera $\text{FH} = d$, $\text{FA} = r$.

1. **a.** Montrer qu'il existe une conique (C) et une seule qui soit une parabole ; construire sa directrice et son axe.

   b. Montrer que les deuxièmes foyers des coniques (C) qui sont des coniques à centre sont sur une droite (L) passant par A.

   Un point étant donné sur (L), est-il toujours foyer d'un conique (C) ? Distinguer sur (L) les points qui sont foyers d'ellipses ou d'hyperboles.
2. **a.** Montrer que les directrices (Δ) relatives à F des coniques (C) passent par un point fixe I, que l'on précisera.

   b. Construire les directrices (Δ), puis les deuxièmes foyers F$'$ des coniques (C) d'excentricité donnée e différente de 1.

   Discuter.

   Lorsqu'il existe deux telles conique (C_1) et (C_2) distinctes, montrer que leurs seconds foyers, F_1 et F_2, sont conjugués harmoniques par rapport à deux points fixes, que l'on précisera.
3. Soient $\left(\Gamma'_1\right)$ et $\left(\Gamma'_2\right)$ les cercles directeurs de centres respectifs F'_1 et F'_2 des coniques (C_1) et (C_2) d'excentricité donnée e.

   Préciser leurs positions respectives et montrer que leurs centres d'homothétie sont indépendants de e.

4. On oriente (L) de A vers φ ; A étant choisi comme origine, on désigne par x l'abscisse de F'.

Exprimer en fonction de d, r et x les carrés de l'axe focal, de la distance focale et de l'excentricité de la conique (C) qui admet F' comme second foyer.

Étudier les variations de la fonction $y = e^2 - 1$ quand x varie de $-\infty$ à $+\infty$.

Construire la courbe représentative de cette fonction pour $r = 2$, $d = 1$ (unités : 3 cm sur Ox et Oy).

Écrire l'équation du second degré qui détermine x lorsque e est donné.

Montrer que, lorsque cette équation a des racines, leur produit est indépendant de e et retrouver ainsi le résultat final de **2. b**.