

∞ Baccalauréat mathématiques élémentaires ∞
Liban juin 1960

I. - 1^{er} sujet

Démontrer que, si un nombre c divise un produit ab et est premier avec a , il divise b .

En déduire que, si un nombre admet plusieurs diviseurs premiers entre eux deux à deux, il est divisible par leur produit.

I. - 2^e sujet

Démontrer que, si deux fractions, dont la première a ses termes premiers entre eux, sont égales, les termes de la seconde sont des équimultiples des termes de la première.

Application à la simplification des fractions.

I. - 3^e sujet

Définition d'une fraction décimale.

Condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction soit égale à une fraction décimale.

Application aux fractions $\frac{1023}{2750}$ et $\frac{1243}{3750}$

II.

Étant donné un système d'axes rectangulaires, $x'Ox, y'Oy$, on considère un triangle isocèle AOB (AO = AB), de périmètre constant $2p$, dont le sommet B se déplace sur le demi-axe positif Ox, le sommet A étant à l'intérieur de l'angle (\vec{Ox}, \vec{Oy}) .

1. Quel est le lieu géométrique (C) du sommet A? Calculer l'aire de la surface limitée par (C) et les demi-axes Ox et Oy.
2. Quel est le lieu de la projection orthogonale du sommet A sur la bissectrice intérieure de l'angle O du triangle AOB?
3. Quel est le lieu de la projection orthogonale de A sur la bissectrice extérieure du même angle? (On pourra chercher l'équation de ce lieu.)
4. On pose $(\vec{Ox}, \vec{OA}) = \varphi$.
Démontrer que l'aire du triangle AOB est

$$S = \frac{p^2 \sin \varphi \cos \varphi}{(1 + \cos \varphi)^2}.$$

Étudier les variations de S en fonction de φ et construire la courbe représentative. (L'étude de la fonction sera faite en supposant que φ peut prendre toutes les valeurs; la courbe représentative, construite en supposant $p = 2$, sera ensuite limitée à l'intervalle convenable.)

5. On pose $\overline{OB} = z$; entre quelles limites peut varier x ?
On suppose alors que B décrit Ox d'un mouvement d'équation horaire

$$x = p \sin^2 t.$$

Quelle est la nature de ce mouvement?

Déterminer l'équation et faire l'étude du mouvement correspondant de la projection orthogonale du point A sur Oy, A étant toujours astreint à rester dans l'angle (\vec{Ox}, \vec{Oy}) ; construire le diagramme avec $p = 2$.

N. B. - Les questions 4 et 5 peuvent être traitées avant la question 1.