Baccalauréat libanais [1]
Série mathématiques élémentaires juin 1963

EXERCICE 1

1er sujet. - Résoudre et discuter l'équation $a\cos x + b\sin x = c$.
Application :

$$\cos x + \sqrt{3}\sin x = -1.$$

2er sujet. - Connaissant deux côtés, a, b, d'un triangle et l'angle compris, C, calculer les angles A et B et le côté c. Discuter.

3er sujet. - Reste de la division d'un nombre entier par 11.
Divisibilité par 11.

EXERCICE 2

Partie A

On considère la fonction

$$y = \frac{ax^2 - x}{ax^2 + 1}$$

où a est un nombre positif donné.
Montrer que cette fonction possède un maximum, M, et un minimum, m.
Calculer la somme $M + m$.
Variations et courbe représentative de la fonction y pour $a = 1$.

Partie B

Soit un cercle fixe (F), de centre F et de rayon $2a$, et soit un point fixe, F$'$, du plan du cercle, situé à la distance a de F. On désigne par (M) tout cercle de centre M passant par F$'$ et tangent à (F). Soit alors une droite variable passant par F$'$.

1. Montrer qu'il existe deux cercles de la famille (M) centrés sur cette droite, en M_1 et M_2 et déterminer le lieu du conjugué harmonique, P, de F$'$ par rapport à M_1 et M_2.
2. Soient (M$'$) et (M$''$) deux cercles quelconques orthogonaux de la famille (M). Trouver le lieu de leur deuxième point d'intersection.

Partie C

Dans un plan orienté rapporté il deux axes rectangulaires, $x'\mathrm{O}x$ et $y'\mathrm{O}y$, on considère deux cercles de centre O et de rayons respectifs a et $3a$.
On désigne par A et B les points où la demi-droite Ox coupe ces cercles. Un premier mobile, P, parti de B à l'instant $t = 0$, décrit le grand cercle avec une vitesse angulaire constante de 1 radian par seconde ; un second mobile, Q, parti de A à l'instant $t = 0$, décrit le petit cercle avec une vitesse angulaire constante de 3 radians par seconde.

1. Quelles sont, à l'instant t, évalué en secondes, les coordonnées du point P, du point Q, du milieu M de PQ et du milieu N de MQ ?
2. Déterminer les composantes du vecteur vitesse du point M, ainsi que celles du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{ON}}$.
   Comparer les directions et les longueurs de ces deux vecteurs.

1. Le programme de ce Baccalauréat et la nature des épreuves ne sont pas exactement les mêmes que ceux du baccalauréat français.