

☞ Liban septembre 1954 ☞
Baccalauréat série mathématiques

I. 1^{er} sujet

Géométrie descriptive

Construire l'intersection d'une droite donnée par ses deux projections et d'un plan donné par ses traces.

I. 2^e sujet

Géométrie descriptive

Construire l'angle de deux droites données chacune par ses deux projections.

I. 2^e sujet

Géométrie descriptive

Construire la distance d'un point à une droite, le point et la droite étant donnés par leurs deux projections.

II. Problème

On considère un cercle (C), de centre O et de rayon R, et une droite D extérieure à ce cercle.

P étant un point quelconque de D, on considère les deux homothéties de centre P transformant respectivement le cercle (C) en deux cercles, (C₁) et (C₂), dont les centres, O₁ et O₂, sont sur le cercle (C).

1. Démontrer que les cercles (C₁) et (C₂), sont tangents et que la tangente en leur point de contact passe par un point fixe F lorsque P varie sur D.

On posera $OF = d$.

2. Soient A et B les extrémités du diamètre du cercle (C) passant par F et soit I un point fixe du cercle (C).

On choisit les notations de façon que O soit sur le demi-cercle AIB. On posera :

$$\widehat{OFI} = \alpha, \quad \widehat{FOO_1} = \theta.$$

On désigne par T la projection orthogonale de F sur la droite OO₁ et par K la projection orthogonale de O₁ sur la droite FI.

Exprimer, en fonction de R, d, α , θ , le rapport $\frac{FK}{FT}$. (On pourra commencer par exprimer FK et FT en fonction de FO₁ et des données.)

Pour quelle valeur de α ce rapport reste-t-il constant lorsque θ varie?

Quelle est alors la valeur de ce rapport?

3. L'angle α ayant la valeur précédemment trouvée, démontrer que le cercle (C₁) coupe la droite FI en deux points, P et Q.

Exprimer FP et FQ en fonction de FK et de FT (on suppose $FP < FQ$).

Démontrer que $\frac{FP}{FQ}$ reste constant lorsque O₁ varie sur (C).

4. Démontrer que le cercle de diamètre PQ dont le plan est perpendiculaire au plan du cercle reste tangent à deux droites fixes lorsque O₁ varie sur (C).

Calculer en fonction de R et d le cosinus de l'angle formé par ces droites avec le plan du cercle (C).