

∞ **Baccalauréat mathématiques élémentaires** ∞  
**Liban**<sup>1</sup> septembre 1964

**EXERCICE 1**

1<sup>er</sup> sujet. - Construire les tangentes issues d'un point donné à une parabole donnée. Discuter.

(On supposera connues l'existence et les propriétés d'une tangente à une parabole en un point de celle-ci.)

Énoncer et établir les deux théorèmes de Poncelet relatifs à la parabole.

2<sup>e</sup> sujet. - Vecteur vitesse, à un instant donné, d'un mobile animé sur une courbe quelconque d'un mouvement défini par l'expression,  $s = f(t)$  de son abscisse curviligne,  $s$ , en fonction du temps.

3<sup>e</sup> sujet. - Rotation d'un point, d'une droite, autour d'un axe vertical, en géométrie descriptive.

*Application* : Rendre frontale, par rotation autour d'un axe vertical donné, une droite de profil définie par ses traces.

**EXERCICE 2**

1. Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{x-3}{x^2-x-2}$$

et construire la courbe représentative, (C).

2. a. On considère l'équation (E) en  $x$  suivante :

$$hx^2 - (h+1)x + 3 - 2h = 0,$$

où  $h$  est un paramètre.

Étudier graphiquement suivant les valeurs de  $h$  l'existence des racines de (E) et leur position par rapport aux nombres  $-1, 0, 1, 2, 3, 5$ .

- b. On considère maintenant l'équation (L) en  $t$  suivante :

$$h \cos 2t + 2(h-1) \cos t + 4 - 3h = 0$$

avec  $0 < t < \pi$ .

Montrer que l'équation (L) pourra se ramener à (E) en posant  $\cos t = x - 1$ .

Étudier, suivant les valeurs de  $h$  et en se basant sur les résultats de a, le nombre de solutions de l'équation (L).

Résoudre (L) pour  $h = 1$ .

3. Soit (D) la droite d'équation  $y = h$ . En supposant que (D) rencontre (C) en deux points,  $M'$  et  $M''$ , on désignera par  $m'$  et  $m''$  les projections respectives de ces points sur l'axe des  $x$ .

- a. Montrer qu'il existe un point A sur cet axe tel que le produit  $\overline{Am'} \cdot \overline{Am''}$  soit constant quel que soit  $h$ .

Établir que tout cercle passant par  $m'$  et  $m''$  reste orthogonal à un cercle fixe, dont on précisera le centre et le rayon.

---

1. Le programme et la nature des épreuves ne sont pas exactement les mêmes que celles du baccalauréat français.

**b.** P étant le point de rencontre de (D) avec l'axe des  $y$ , on désigne par Q le conjugué harmonique de P par rapport à  $M'$  et  $M''$ . Déterminer en fonction de  $h$  les coordonnées de Q.

Trouver et construire le lieu de Q lorsque  $h$  varie. On délimitera ce lieu avec soin.

**4.** On considère la fraction

$$y = \frac{x-3}{(x-2)(x+1)},$$

où  $x$  est maintenant un nombre entier positif.

Pour quelles valeurs de  $x$  cette fraction est-elle réductible ; égale à un nombre entier ?

**N. B.** - Les questions 2, 3, 4 du problème sont indépendantes.