Baccalauréat libanais [1] juin 1968
SÉRIE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

SÉRIE C

Exercice 1
Partie I

1er sujet

1. Calculer le cosinus de l'angle formé par les tangentes menées par un point donné à une parabole (P) définie par son foyer et sa directrice.
   En déduire le lieu des points d'où l'on peut mener à (P) deux tangentes rectangulaires.
2. Calculer les primitives des fonctions suivantes :

$$\sin 2x, \quad \cos 2x, \quad \mathrm{tg}^2 x, \quad \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+1}}.$$

2e sujet

1. Énoncer et démontrer une condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre soit le P. P. C. M. des deux autres.
2. Résoudre l'équation

$$\sin x \cos x - \sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 1 = 0.$$

3e sujet

1. On donne, en géométrie descriptive, une ligne de plus grande pente d'un plan (P) par rapport au plan horizontal de projection. Construire les traces de (P).
   Construire le plan qui passe par un point donné, A, et qui est parallèle à (P).
2. Les coordonnées, x et y, d'un point mobile M sont exprimées en fonction du temps, t, par

$$x = f(t), \quad y = g(t).$$

   Définir les vecteurs· vitesse et accélération de M à un instant donné, t, et déterminer leurs composantes en fonction de t.

Partie II

On considère deux points fixes, B et C, tels que BC $= a$. On associe à tout point D du segment BC le point D$'$, conjugué harmonique de D par rapport à B et C.
Soit (γ) le cercle de diamètre DD$'$ et (O) un cercle quelconque passant par B et C. On désigne par A et A$'$ les points d'intersection de (O) et (γ), par M le milieu de BC, par E le milieu de DD$'$ et par F le point d'intersection de AA$'$ et BC.

1. Le programme de ce baccalauréat et la nature des épreuves ne sont pas nécessairement les mêmes que ceux du baccalauréat français

1. Montrer que AA$'$ passe par le pôle, V, de BC par rapport à (O).

Démontrer que MB est la bissectrice de l'angle AMA$'$.

Montrer que, lorsque (γ) varie et (O) reste fixe, le cercle circonscrit au triangle VEF passe par un point fixe autre que V.

2. On suppose, dans cette partie, que DC = 2 DB.

On désigne par A, B, C les angles du triangle ABC.

Montrer que $\sin \text{B} = 2\sin \text{C}$ et vérifier que la hauteur h relative au côté BC dans le triangle ABC s'exprime en fonction du côté a et de l'angle opposé, A, de ce triangle par

$$h = \frac{2a\sin \text{A}}{5 - 4\cos \text{A}}.$$

Étudier les variations de h considérée comme fonction de A et construire la courbe représentative dans un système d'axes rectangulaires. h Calculer A, supposant connu le rapport $\dfrac{h}{a} = m$.

Discuter suivant les valeurs de m.

3. On suppose que DB = 688 cm et DC = 832 cm.

Calculer les côtés AB et AC, sachant qu'ils sont mesurés par deux nombres entiers dont le P. G. C. D. est 19.

N. B. - Les trois parties du problème sont indépendantes.