Baccalauréat - Lille juin 1951

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet

Établir, à partir de la définition de la dérivée, les formules qui donnent :

1. la dérivée de $\cos x$;
2. la dérivée de $\cos(ax+b)$.

2e sujet

Résoudre l'équation

$$\sqrt{2}(\cos x+\sin x)=1.$$

3e sujet

Établir que les six éléments $a,\ b,\ c,$ A, B, C d'un triangle quelconque vérifient le système

$$\left\{\begin{array}{lcl} a^2 & = & b^2+c^2-2bc\cos \mathrm{A}\,;\\ b^2 & = & c^2+a^2-2ca\cos \mathrm{B}\,;\\ c^2 & = & a^2+b^2-2ab\cos \mathrm{C}.\end{array}\right.$$

Réciproque.

II

On considère deux cercles orthogonaux fixes (I), (J) de centres I et J se coupant en A et B.

Une sécante mobile passant par B coupe le cercle (I) en P et le cercle (J) en Q.

On suppose que le point P est animé d'un mouvement uniforme sur le cercle (I).

1. Comparer les angles (IA, IP) et (JA, JQ) et en déduire la nature du mouvement du point Q.
2. Montrer que le triangle APQ reste semblable à lui-même et que le milieu R du segment PQ est animé d'un mouvement circulaire uniforme.
3. Montrer ·que les vitesses respectives $u,\ v,\ w$ des points P, Q, R sont liées par la relation

$$u^2+v^2=4w^2. \qquad (1)$$

4. On suppose dans ce qui suit que $u,\ v,\ w$ sont des nombres entiers positifs liés par la relation (1).

   Calculer u et w en supposant $v=6$, puis $v=30$. On montrera d'abord que u est pair et l'on posera $u=2u'$.
5. Calculer u et w lorsque v est égal au double d'un nombre premier impair donné p.